

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН
CENTRAL ECONOMICS AND MATHEMATICS INSTITUTE RAS

РОССИЙСКАЯ
АКАДЕМИЯ НАУК



RUSSIAN
ACADEMY OF SCIENCES

С.А. Смоляк

**ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
И СТОИМОСТНАЯ ОЦЕНКА МАШИН**

Москва
2023

С51 **Смоляк С.А.** Оптимизация использования и стоимостная оценка машин [Текст]: монография. М.: ЦЭМИ РАН, 2023. – 149 с. (Рус.)

Рассматриваются проблемы выбора наиболее эффективного способа использования машин и оборудования, оптимизации сроков их службы и графиков капитального ремонта. Изменение характеристик машин со временем описывается как детерминированными, так и случайными процессами. Для решения задач используются методы стоимостной оценки, что позволяет увязать критерии оптимальности с экономическими интересами предприятий, владеющих машинами. Такой «стоимостной» подход приводит к новым экономико-математическим моделям и методам оценки рыночной стоимости машин и оборудования. Одновременно выясняется необходимость существенно скорректировать некоторые положения стандартов оценки и системы национальных счетов, а также используемые в теории надежности методы учета влияния ремонтов на основные операционные характеристики машин и оборудования.

Для преподавателей вузов, научных работников, оценщиков, студентов, аспирантов и магистрантов.

Ключевые слова: машины, оборудование, стоимостная оценка, надежность, сроки службы, ремонт.

JEL: C61, D46, D81.

Smolyak S.A. Optimization of the use of plant and equipment and their valuation [Text]: monograph. Moscow, CEMI RAS, 2023. – 149 p. (Rus.)

We solve the problems of choosing the highest and best use of plants and equipment, optimizing their service life and overhaul schedules. We describe the change in the characteristics of plants and equipment over time as both deterministic and random processes. To solve problems, we use valuation methods. This makes it possible to link the optimality criteria with the economic interests of enterprises that own machines. Such "value based" approach leads to new mathematical models and methods for assessing the market value of plant and equipment. The study shows the need for a significant adjustment of some provisions of the valuation standards and the system of national accounts, as well as the methods used in the reliability theory to take into account the impact of repairs on the main operational characteristics of plant and equipment.

For university teachers, researchers, appraisers, students, graduate students and undergraduates.

Keywords: machines, plant and equipment, valuation, reliability, service life, overhaul.

JEL: C61, D46, D81.

Рецензенты: д.э.н., проф. Мхитарян В.С. (НИУ «Высшая школа экономики»);
д.э.н. Козырь Ю.В. (ЦЭМИ РАН).

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ..	4
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	6
1.1. Машины.....	6
1.2. Общие сведения о стоимостной оценке.....	15
1.3. Дисконтирование.....	22
1.4. Подходы к стоимостной оценке. Принципы оценки.....	26
1.5. Выгоды	33
1.6. Инфляция	39
1.7. Учет факторов неопределенности	41
ГЛАВА 2. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОМ ПРОЦЕССЕ ИХ ДЕГРАДАЦИИ	48
2.1. Стоимостной подход к оптимизации срока службы машины	49
2.2. Оптимизация ресурса машины	67
2.3. Эффективный возраст машины.....	69
2.4. Оптимальный выбор способа эксплуатации машины	76
2.5. Оптимизация совместного использования машин.....	82
2.6. Оптимизация скорости морского грузового судна	88
ГЛАВА 3. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССАХ ИХ ДЕГРАДАЦИИ	96
3.1. Оптимизация срока службы с учетом случайных отказов.....	96
3.2. Модель случайного срока службы	101
3.3. Пуассоновский процесс деградации машин	105
3.4. Винеровский процесс деградации машин.....	113
ГЛАВА 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН.....	124
4.1. Приближенная оценка стоимости ремонтируемой машины.....	125
4.2. Характеризация состояний ремонтируемых машин.....	128
4.3. Зависимости операционных характеристик машины от ее состояния	131
4.4. Оптимизация ремонтной политики в детерминированной ситуации	135
4.5. Оптимизация ремонтной политики в условиях случайных отказов	141
ЗАКЛЮЧЕНИЕ..	144
ЛИТЕРАТУРА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ.....	146

ВВЕДЕНИЕ

В этой книге, обобщающей результаты многолетних исследований автора, рассматриваются некоторые задачи, связанные как со стоимостной оценкой машин и оборудования, так и с оптимизацией процесса использования машин. Нас будет интересовать оптимизация, в основном, «долгосрочного», а не оперативного управления, поэтому основными объектами оптимизации будут такие характеристики машин, как сроки их службы и графики капитальных ремонтов. При этом мы будем во многих случаях учитывать вероятностный характер процесса эксплуатации машин (включая и их отказы), используя для выбора оптимальных решений методологию стоимостной оценки. Тем самым, материал этой книги относится к трем, казалось бы, никак не связанным научным дисциплинам — управлению предприятиями, теории надежности и теории стоимостной оценки. Условно его можно отнести к не существующей пока дисциплине — экономической теории надежности.

Мы показываем, что при совместном применении нескольких теорий удастся построить математические модели, позволяющие более обоснованно оптимизировать процессы использования машин. Разумеется, в таких моделях придется давать формализованное, порой сильно упрощенное описание состояния машины и процесса ее использования. Для эффективного использования машин необходимо задавать рациональный срок их службы и периодичность ремонтов. Более того, для многих машин назначаются предельный срок или предельная наработка, по достижении которых машина должна выводиться из эксплуатации или направляться в ремонт независимо от своего состояния. Поскольку сфера применения подобных нормативов достаточно широкая, при их установлении приходится описывать состояния объектов небольшим числом характеристик. Это необходимо и при стоимостной оценке объекта, поскольку здесь требуется изучить цены представленных на рынке аналогичных объектов, т.е. объектов с близкими характеристиками. На этом основании мы стараемся описывать состояния рассматриваемых объектов теми характеристиками, о которых можно получить информацию у владельцев и продавцов.

Несмотря на упрощенный характер экономико-математических моделей, их исследование и решение позволяет не только предложить новые методы стоимостной оценки машин, но и выявить важные обстоятельства, которые необходимо учитывать при управлении использованием реальных машин. В частности, анализ критериев оптимальности сроков службы и политики технического обслуживания и ремонта (ТОиР) машин, обычно используемых в теории надежности, показал, что они не в полной мере отвечают экономическим интересам участников рынка.

Книга состоит из четырех глав, разбитых на разделы. В главе 1 вводятся и комментируются основные понятия, относящиеся к машинам, их использованию и стоимостной оценке. Общая идея предлагаемого подхода к оптимизации процесса использования машин раскрывается в главе 2 применительно к неремонтируемым машинам и детерминированной ситуации (когда поведение машины однозначно определяется ее состоянием и выбранным вариантом управления). В главе 3 решаются оптимизационные задачи для машин, состояние которых в процессе использования изменяется случайно. В главе 4 рассматриваются аналогичные задачи для ремонтируемых машин, в связи с чем много внимания уделяется способам описания состояния таких машин.

Задачам стоимостной оценки машин и оптимизации способов их использования посвящена огромная литература, и одно только описание состояния исследований в этих областях заняло бы десятки страниц. По этой причине при рассмотрении отдельных задач мы будем указывать на наиболее значимые результаты других авторов в соответствующей области.

Основное внимание в книге уделяется разъяснению экономического смысла получаемых результатов, поэтому в некоторые математические модели дополнительно вносятся упрощающие предположения.

В различных публикациях по теории надежности, проблемам оценки имущества и разработке национальных счетов используются различные термины для обозначения, по существу, одних и тех же объектов. Поэтому используемая в данной книге единообразная терминология, скорее всего, окажется непривычной для специалистов в указанных дисциплинах.

В тексте и в формулах мы стараемся, по возможности, использовать единые обозначения основных характеристик машин, однако одни и те же символы в разных разделах могут относиться к разным объектам. Для обозначения математических операций мы используем известные и распространенные символы, лишь для операции «взятия положительной части» числа использовано редко встречающееся обозначение: $x_+ = \max[x; 0]$. Равенства или неравенства, верные с точностью до малых более высокого порядка, обозначаются знаками соответственно « \approx », « \gtrsim » и « \lesssim ». Для обозначения интервалов изменения каких-либо числовых параметров мы используем знак многоточия «...», так что, например, равенство $v = 0,3 \dots 1,2$ означает, что параметр v изменяется от 0,3 до 1,2.

Каждая формула в тексте имеет двойную нумерацию — сначала указывается номер главы, затем — номер формулы в нем.

Ссылки на литературу даются путем указания ее порядкового номера в квадратных скобках. Список литературы приводится в конце книги в порядке цитирования.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1.1. Машины

Объектом нашего рассмотрения будут *машины*. Казалось бы, здесь необходимо дать четкое определение этому понятию. К сожалению, сделать это невозможно — имеется много различных определений, раскрывающих содержание этого понятия с разных точек зрения. Кроме того, мы будем рассматривать и объекты, для которых в литературе используются иные термины, например, оборудование, установки или транспортные средства. Приведем некоторые такие определения с необходимыми комментариями.

Машина: 1. Механизм или совокупность механизмов, совершающих полезную работу с помощью преобразования одного вида энергии в другой. 2. Общее название различных самодвижущихся механизмов, выполняющих транспортную, тягловую и т.п. работу [1].

Отметим, что при первом определении электрическая лампочка или мобильный телефон будут машинами, а при втором — не будут.

Машина — ряд взаимосвязанных частей или узлов, из которых хотя бы одна часть или один узел двигается с помощью соответствующих приводов, цепей управления, источников энергии, объединенных вместе для конкретного применения (например, обработки, переработки, перемещения или упаковки материала). **Оборудование** — применяемое самостоятельно или устанавливаемое на машину техническое устройство, необходимое для выполнения ее основных и (или) дополнительных функций, а также для объединения нескольких машин в единую систему¹. При этом определении автоматический шлагбаум должен считаться машиной, а шлагбаум, открываемый вручную — оборудованием.

Оборудование — совокупность механизмов, машин, устройств, приборов, необходимых для работы, производства [2].

Оборудование — совокупность связанных между собой частей или устройств, из которых по крайней мере одно движется, а также элементы привода, управления и энергетические узлы, которые предназначены для определенного применения, в частности для обработки, производства, перемещения или упаковки материала [3].

¹ Решение Комиссии Таможенного союза от 18.10.2011 № 823 (ред. от 16.05.2016) «О принятии технического регламента Таможенного союза “О безопасности машин и оборудования”».

Оборудование производственное — совокупность различного рода машин и механизмов, оказывающих в процессе производства продукции непосредственное механическое, термическое или химическое воздействие на предмет труда².

При составлении смет на строительство к **оборудованию** относятся:

1) технологические линии, станки, установки, аппараты, машины, механизмы, приборы и другие устройства, совершающие процессы, в результате которых производится или перемещается энергия, полуфабрикат, готовый продукт, а также сопутствующие им процессы, обеспечивающие автоматизацию управления технологическими процессами, функции связи и контроля;

2) санитарно-техническое оборудование, связанное с обеспечением работы технологического оборудования и технологических процессов;

3) поставляемые в комплекте с основным оборудованием обвязочные трубопроводы, трубопроводная арматура, металлические конструкции, мерные с разделанными концами участки кабелей;

4) первоначальный фонд инструмента, технологической оснастки и инвентаря, необходимых для эксплуатации вводимых в действие предприятий, зданий и сооружений;

5) запасные части к оборудованию.

Согласно Федеральному закону от 9 февраля 2007 года № 16-ФЗ «О транспортной безопасности» **транспортные средства** — устройства, предназначенные для перевозки физических лиц, грузов, багажа, ручной клади, личных вещей, животных или оборудования, установленных на указанных транспортных средствах устройств, в значениях, определенных транспортными кодексами и уставами. Однако, например, экскаваторы или бульдозеры под такое определение не подпадают.

Приведем два определения понятия «транспортное средство» из интернета.

Транспортные средства представляют собой устройства, предназначенные для перемещения из одного места в другое людей, различных грузов и различного установленного на транспортном средстве оборудования. Под это определение подпадают транспортеры, башенные краны, ружья для дистанционного обездвиживания животных или игрушечные железные дороги.

Транспортное средство является техническим устройством, цель которого — перевозка людей или груза на дальние расстояния. Под это определение подходят ракеты, но не подходят эскалаторы и экскаваторы.

² ГОСТ ЕН 1070-2003 «Безопасность оборудования. Термины и определения».

Отметим также, что российские суды одни и те же объекты (например, самоходную строительную технику, тракторы и комбайны) порой признают как машины и оборудование, а порой – как транспортные средства.

В Международных стандартах оценки (МСО) дается следующее общее определение. «Машины [*Plant*] и оборудование (которые могут иногда быть отнесены к категории движимого имущества) представляют собой материальные активы, которые принадлежат предприятию и предназначены для их использования в производстве или поставке товаров или услуг, для сдачи в аренду другим лицам или для административных целей и которые предполагается использовать в течение определенного периода времени» [4, МСО 300, параграф 20.1]. Под такое определение подпадают временные здания и сооружения, необходимые для строительства какого-либо объекта, а также сезонные запасы материалов, обеспечивающие нормальную работу предприятия и бесперебойность производственного потребления на время сезонного перерыва в производстве, потреблении и транспортировке. В то же время это определение не охватывает машины и оборудование, принадлежащие частным лицам, оборудование с неопределенным сроком предполагаемого использования (скажем, кувалда или регистрационный знак автомобиля, которому устанавливается лишь гарантийный срок).

В стандарте оценки Республики Беларусь [5] даются такие определения:

«3.1.3. **оборудование**: совокупность механизмов, машин, устройств, приборов, необходимых для работы, производства.

3.1.4. **машина**: совокупность связанных между собой частей или устройств, из которых по крайней мере одно движется, а также элементы привода, управления и энергетические узлы, которые предназначены для определенного применения, в частности для обработки, производства, перемещения или упаковки материала».

Данное определение не позволяет однозначно классифицировать такие объекты, например, как автоматический шлагбаум, часы или школьный микроскоп.

В Федеральном стандарте оценки «Оценка машин и оборудования» (ФСО № 10) говорится, что для целей этого стандарта «к объектам оценки относятся отдельные машины и единицы оборудования, являющиеся изделиями машиностроительного производства или аналогичными им, группы (множества, совокупности) машин и оборудования, части машин и оборудования вместе или по отдельности (далее — машины и оборудование). Для целей настоящего Федерального стандарта оценки объектами оценки могут выступать подлежащие государственной регистрации воздушные и морские суда, суда внутреннего плавания, космические объекты». Как видим, к машинам здесь относятся изделия машиностроительного производства или «аналогичные им», а также части этих изделий. При этом поня-

тие «изделия» определяется в Межгосударственном стандарте [6, п. 3.1] как «предмет или набор предметов производства, подлежащих изготовлению в организации (на предприятии) по конструкторской документации».

Отметим, наконец, что в целях бухучета организации имеют право самостоятельно классифицировать объекты как машины и оборудование согласно их характеристикам и назначению. А вот в целях налогового учета организации должны применять Классификацию основных средств, включаемых в амортизационные группы (она периодически пересматривается). В ней для амортизационных групп указываются и подгруппы, которые мы рассматриваем как машины: Машины и оборудование, Средства транспортные, Инвентарь производственный и хозяйственный. Общих определений этих понятий Классификатор не дает, а состав каждой подгруппы указывается поименно.

Как видим, дать общие определения понятиям машины, оборудование и транспортные средства и разграничить их затруднительно. Для наших целей представляются несущественными различия между машинами, оборудованием, транспортными средствами. Несущественным для нас является и факт наличия или отсутствия государственной регистрации объектов. По этой причине объекты нашего рассмотрения мы будем именовать просто «машинами».

Принято считать, что машины производят продукцию, выполняют работы или оказывают услуги. Но если рассмотреть внимательно процесс использования машины, мы увидим, что она фактически выполняет некоторые операции или последовательности операций (например, изменяет какой-либо предмет, дополняет его, например, упаковкой или перемещает его на новое место). На этом основании мы считаем результатом эксплуатации машины выполненную ею **работу**. Нередко результатом работы машины является готовая или *промежуточная* продукция (окрашенная стена, обработанная деталь, заполненная емкость). Казалось бы, в таком случае можно сказать, что результатом работы машины является соответствующая *продукция*. Однако это было бы не вполне правомерно, поскольку под продукцией обычно понимается товар, обращающийся на *рынке*, тогда как промежуточная продукция (например, не подготовленные к продаже изделия) на рынке не обращается. Работа некоторых машин (например, видеокамер на автомобильных дорогах или датчиков в системах автоматического пожаротушения) носит контрольный характер, и ее трудно считать какой-либо продукцией. Это позволяет считать результатом использования машины выполненную ей *работу*.

Любая машина имеет определенное **назначение**, и это назначение определяется в соответствующей технической документации (например, в паспорте). Имеется много различных классификаций машин. Далее мы используем наиболее

простую из них, и будем делить машины на виды, а каждый вид — на марки. Любую новую машину мы рассматриваем как серийно выпускаемый продукт. Все продукты одной серии мы объединяем в одну *марку* (в машиностроении чаще используют термины «модель», «модификация» и др.). Машины разных марок, имеющие одно и то же назначение (выполняющие одну и ту же работу), будем относить к одному *виду*. Такие машины можно считать взаимозаменяемыми и рассматривать как аналоги друг друга.

«Жизненный цикл» машины можно описать такой схемой. Вначале изготовленная машина готовится к продаже (например, передается дилеру), затем она продается покупателю, вводится в эксплуатацию, используется (проходя техническое обслуживание и ремонт) и, наконец, выводится из эксплуатации (утилизируется). Как правило, в процессе эксплуатации машины используются по своему назначению.

До момента ввода в эксплуатацию машина называется **новой**, после этого — **подержанной**. Новые машины, будучи серийно выпускаемой продукцией, продаются на *первичном* рынке (производителями или дилерами), подержанные — на *вторичном* рынке.

Как уже отмечалось, техническое *состояние* машины описывается совокупностью ее различных характеристик, хотя при моделировании процесса использования машин его приходится описывать упрощенно, приближенно. Во многих случаях из текста ясно, относится ли понятие «состояния» к машине, как к техническому объекту, или к ее математической модели. Поэтому определение «техническое» далее будет опускаться. Исключение составят ситуации, где необходимо подчеркнуть различие между «техническим» и «модельным» состоянием машины. В теории надежности состояние машины часто характеризуют ее наработкой (временем работы с момента ввода в эксплуатацию), но при их стоимостной оценке удобнее оказывается использовать другие характеристики.

Состояние новой машины мы называем новым. Будем говорить, что одно состояние машины лучше (хуже) другого, если в этом состоянии все ее основные характеристики лучше (хуже). Отметим, что упорядочить возможные состояния машины в порядке ухудшения можно не всегда, но состояние новой машины всегда будет лучше, чем любой подержанной.

Процесс использования машины мы рассматриваем в непрерывном времени. В этом процессе — его называют физическим изнашиванием (износом) или *деградацией* — состояние машины меняется, имея тенденцию к ухудшению. Чтобы смягчить влияние деградации и по возможности поддержать или улучшить техническое состояние машины, ей проводят различные виды технического обслуживания.

ния и ремонта (ТОиР). Нередко ТОиР проводят «заранее», в плановом порядке, не дожидаясь, пока состояние машины существенно ухудшится. Такие операции называют *плановыми*.

Мы будем выделять два вида ТОиР:

- *техническое обслуживание* (ТО), включающее и *текущий* ремонт. Эти операции обеспечивают поддержание технического состояния машины, а если она подверглась устранимому отказу – возвращают машину в то состояние, в котором она находилась до отказа³;

- *капитальный* ремонт (КР), существенно улучшающий состояние машины⁴.

Машины, капитальный ремонт которых допустим, назовем *ремонтируемыми*, а те, капитальный ремонт которых недопустим или нецелесообразен — *неремонтируемыми*. Рассмотрение реальных машин как неремонтируемых позволяет проще описывать их состояние и динамику его изменения. В результате удастся выявить наиболее существенные факторы, влияющие на процесс обесценения машин, и предложить методы их стоимостной оценки и некоторые рекомендации по выбору способа использования машин и рационального срока их службы. В то же время динамика характеристик ремонтируемых машин описывается, в общем случае, разрывными зависимостями, и решение задач оптимизации графиков их КР усложняется.

Наконец, возможна и такая ситуация, когда становится невозможным или неэффективным ни продолжение работы машины, ни ее ремонт. В таких случаях машина выводится из эксплуатации — *утилизируется*. Состояния машины, в которых она способна использоваться по назначению (выполнять работу), будем называть *рабочими*, а те, в которых наиболее эффективным становится утилизация машины, как и в [7], — *предельными*.

Время использования машины до достижения предельного состояния называется ее *сроком службы*. Различают полный и остаточный сроки службы. Первый отсчитывается от момента ввода машины в эксплуатацию, второй — от даты оценки (у новой машины полный и остаточный сроки службы совпадают). Далее по отношению к срокам службы объектов термин «полный» будет опускаться или иногда указываться в скобках.

В конце срока службы машины, при утилизации, машину разбирают на отдельные элементы (узлы, детали) и реализуют их. Естественно, что некоторые из

³ В литературе по теории надежности такие ремонты иногда называют «минимальными».

⁴ Такие ремонты могут быть нескольких типов, некоторые из них называют средними. Это обстоятельство мы не учитываем.

элементов можно использовать в качестве запасных частей к другим машинам, а остальные — в качестве, например, металлолома. Обратим внимание, что и КР машины и ее утилизация являются возможными способами ее использования. По этой причине мы разделяем понятия «использования» и «эксплуатации» — первое включает КР машины и ее утилизацию, а второе подразумевает только выполнение машиной работы, для которой она предназначена, и соответствующего ТО (тем самым, ТО включается в процесс эксплуатации машины).

Основными операционными (эксплуатационными) характеристиками машины за некоторый период являются выполненный *объем работ* и *операционные затраты*.

Строго говоря, многие машины могут выполнять разные работы (например, экскаваторы могут извлекать глину и вечную мерзлоту). Поэтому обычно выполняемые машиной работы объединяют в *одну* работу, измеряя ее в агрегированных или условных единицах, например, в машино-часах, кубометрах перемещенного грунта, декалитрах розлитой жидкости, либо количеством обработанных деталей, выполненных операций или выпущенных условных банок консервов, и т.п. Мы будем поступать так же, но в тех случаях, когда понадобится учесть возможность выполнение машиной работ разного вида, будем говорить, что машина выполняет одну (агрегированную) работу в разных *условиях* производства.

В состав операционных затрат мы не включаем капитальные вложения в приобретение и модернизацию машины (в том числе и в форме амортизационных отчислений), платежи по займам, взятым на приобретение машины, и налог на прибыль. Затраты на ТО, как это обычно и делается, мы будем включать в состав операционных затрат, а затраты на КР — выделять отдельно.

На практике обычно используются показатели *годовой* производительности (годового объема работ) и *годовых* операционных затрат, что позволяет исключить влияние сезонных факторов. Аналогичные показатели используются и при проектировании машин и отражаются в их паспортах, но здесь предполагается соблюдение некоторого «нормального» графика ТОиР и неизменность характеристик машины на протяжении года.

Между тем, при рассмотрении процесса использования машины в непрерывном времени использовать годовые ее характеристики неудобно. Здесь целесообразно использовать соответствующие ее «мгновенные» («на дату») операционные характеристики — *производительность* (выполняемый объем работ за малую единицу времени) и *интенсивность операционных затрат* (размер этих затрат, осуществляемых в малую единицу времени). Эти характеристики зависят от состояния машины и способа ее эксплуатации (включая, например, условия выполнения

работ). Если построить зависимость накопленных с начала эксплуатации объема выполненных машиной работ и осуществленных при этом операционных затрат от хронологического возраста (далее — возраста) машины, то производительность машины и интенсивность операционных затрат можно рассматривать как производные соответствующих функций по возрасту. Фактические и проектные (паспортные) значения годовых показателей машины могут быть использованы при оценке соответствующих «мгновенных» значений.

Важной характеристикой машин и оборудования является их *надежность*. Более того, на практике характеристики надежности оценивают, в основном, именно для машин, оборудования и их элементов (например, подшипников). Однако в литературе по надежности понятия «машины» и «оборудование» стараются не использовать. Так, в [8] используется термин «изделие», в [9] говорится об объектах и системах. Аналогично, в большинстве зарубежных публикаций по надежности используются термины «system», «object», «element», «item», хотя примеры оценок характеристик надежности даются на примерах конкретных машин или их элементов. Как исключение, можно упомянуть учебник [10], где прямо говорится о надежности машин.

Деградация машины приводит к тому, что в процессе ее эксплуатации основные операционные характеристики имеют тенденцию к ухудшению. При этом ТО позволяет лишь замедлить темпы такого ухудшения. В то же время при капитальном ремонте характеристики машины существенно улучшаются, хотя и остаются хуже, чем у новой машины. Зависимости годовой производительности и годовых операционных затрат от возраста для разных марок и видов машин изучались различными авторами. Например, как показано в [11], годовые производительность и операционные затраты транспортно-технологических машин с возрастом меняются по экспоненциальному закону. Сводка некоторых результатов таких исследований приведена в [12, параграф 6.4].

Как мы уже говорили, в процессе эксплуатации машина подвергается деградации. Она может быть мгновенной или постепенной.

Мгновенную деградацию обычно именуют *отказом*. Отказы рассматриваются как случайные события. Имеются различные виды отказов, но в этой книге для упрощения мы ограничимся только тремя.

Отказ, при котором машина переходит в предельное состояние, назовем *фатальным* (отказы, после которых машину физически невозможно или экономически нецелесообразно использовать по назначению, в теории надежности именуют *ресурсными* [7]). После фатального отказа машина должна быть утилизирована.

Отказ, последствия которого можно (частично) устранить, вернув машину в рабочее состояние, называется *устранимым* [7]. После устраняемого отказа машину можно отремонтировать (соответствующий текущий или аварийный ремонт мы включаем в состав ТО), а если это экономически нецелесообразно, — утилизировать.

Отказ, ухудшающий техническое состояние машины, но не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, последствия которого выявляются только специальными методами диагностирования, назовем *скрытым*. После скрытого отказа техническое состояние машины ухудшается, но остается рабочим. Правда, дальнейшая эксплуатация машины после скрытого отказа может оказаться неэффективной.

При **постепенной** деградации состояние машины ухудшается постепенно. Этот процесс обычно моделируется как детерминированный или как случайный. При этом операционные характеристики машины могут быть заданы соответственно, как детерминированные или случайные функции от ее состояния.

Разумеется, возможен и «комбинированный» вариант, когда машина одновременно подвергается и постепенной деградации и случайным отказам.

При рассмотрении процесса физического изнашивания машин в нем можно выделить две составляющие, именуемые обычно *устранимым* и *неустранимым износом*. Последствия устраняемого износа могут быть устранены путем проведения КР, а неустраняемый износ происходит постоянно. Таким образом, деградация машины, строго говоря, имеет место только до очередного КР или утилизации. Тем не менее, если рассматривать изменение состояния машины в длительном периоде, то влияние неустраняемого износа проявится в общей тенденции к ухудшению состояния машины с возрастом. В редких случаях скорость неустраняемого износа бывает небольшой. Такие машины могут использовать по своему назначению длительное время, если их часто ремонтировать, поэтому может сложиться впечатление, что срок их службы бесконечный. К сожалению, это не так. Типичные участники рынка используют машины определенной марки в определенных режимах и условиях. Если все время использовать таким способом конкретную машину, можно увидеть, что проводить ТО и КР приходится все чаще и чаще (в том числе и за счет увеличения частоты отказов). Разумеется, такой способ использования машины через некоторое время станет для предприятия неэффективным, после чего машину начнут использовать другим, нетипичным способом (или продадут кому-либо для такого использования) или утилизируют.

На этом основании, моделируя процесс использования машины, мы будем условно принимать, что в процессе деградации (т.е. до очередного КР или утилизации) производительность машины снижается, а интенсивность операционных за-

трат и опасность отказа растут. Более того, мы примем, что в случае, если использовать машину по назначению, но не проводить ей КР, то интенсивность операционных затрат или опасность отказа будут возрастать **неограниченно**. Это позволит исключить нереалистичные ситуации, когда использовать машину по назначению окажется возможным в течение неограниченного периода.

1.2. Общие сведения о стоимостной оценке

Стоимостная оценка [valuation] как *научная дисциплина* имеет свой круг объектов исследования, свой предмет исследования, свои специфические методы и традиции. В общем случае **объектами** стоимостной оценки являются объекты, обладающие полезностью для участников рынка, т.е. способные удовлетворять некоторые их потребности. К ним относятся, прежде всего, активы (т.е. имущество и имущественные права), обязательства (долги), работы и услуги. **Предметами** исследования здесь являются различные виды стоимости объектов на определенные даты (даты оценки). **Результатом** стоимостной оценки является должным образом обоснованная стоимость объекта оценки в денежном выражении.

Стоимостная оценка объектов является еще и самостоятельным *видом деятельности* — оценочной деятельностью. Субъект стоимостной оценки — это лицо, производящее (выполняющее) такую оценку. Таким лицом может быть любой человек или группа людей. Мы будем именовать их *оценщиками*. Однако для того чтобы результаты такой оценки признавались участниками рынка, необходимо, чтобы оценка была *профессиональной*. Ее результат оформляется в виде Отчета об оценке. Профессиональная стоимостная оценка регулируется государством и обществом профессиональных оценщиков. Виды объектов профессиональной оценки и требования к профессиональным оценщикам, к составу и содержанию Отчета об оценке устанавливаются законодательством и национальными стандартами (в России — Федеральные стандарты оценки, ФСО). В разных странах стандарты оценки различаются, но обычно они базируются на Международных стандартах оценки (МСО) [4], отражающих наилучшую практику оценки. Существенно, что и международные и национальные стандарты оценки периодически пересматриваются. Одна из причин этого — меняющиеся требования участников рынка к результатам оценки. Но есть и другая причина — теорию стоимостной оценки в настоящее время нельзя считать окончательно разработанной, она постоянно развивается.

Эта книга посвящена развитию теории и методов стоимостной оценки машин. При этом приходится рассматривать стандарты оценки не как истину в по-

следней инстанции, а как научный документ, отдельные положения которого требуют критического рассмотрения и нуждаются в корректировке. В связи с этим многие положения этой книги по форме или по содержанию могут отличаться от аналогичных положений российских, международных или иных стандартов оценки, и такие отличия мы не будем каждый раз подчеркивать. Применяемая нами терминология также может отличаться от принятой в стандартах оценки и в оценочной литературе.

Отметим, что некоторые приводимые ниже положения относятся к любым объектам оценки, другие — только к любому имуществу (активам), третьи — только к машинам. Это подчеркивается употреблением в соответствующих случаях терминов «объект оценки», «имущество», «актив» и «машина».

Стоимостная оценка имущества производится при определенных *предпосылках* о способах его предполагаемого использования. Обычно, говоря о том, что машину можно использовать различными способами, подразумевают, что её можно использовать по своему назначению в разных технологических процессах, например, для выполнения разных работ. Нам удобно в таких случаях говорить о способах *эксплуатации* машины. Но *использовать* машину можно и иначе, например, изменяя или корректируя организацию и технологию процесса выполнения работ (например, переходя на другое сырье или обрабатываемый материал, изменяя сменность работы или график ТО и т.п.), направляя машину в КР или на утилизацию в подходящий момент времени.

Представляется, что и в общем случае способ *использования* имущества должен пониматься достаточно широко. Использование имущества — это процесс, в котором оно взаимодействует с другими экономическими ресурсами (например, управляется человеком или потребляет топливо), а его владелец — с другими хозяйствующими субъектами (работниками, контрагентами, государством). Именно за счет таких взаимодействий имущество приносит выгоды своему владельцу и одновременно изменяет свое состояние. Однако форма таких взаимодействий может изменяться, и, пока она не изменилась, мы и говорим о том, что имущество используется определенным способом. Это позволяет дать общее определение.

Способ использования имущества — это система его взаимодействий с другими экономическими объектами, а его владельца — с другими экономическими субъектами.

В каждом способе использования машины условно можно выделить две «части». Одна определяет технологию и условия выполнения работ, вторая — моменты «направления» машины на другую технологию выполнения работ, в другие условия

работы, на утилизацию или в ремонт. Разумеется, обе эти «части» могут быть оптимизированы, но основное внимание в этой книге мы уделим только второй.

Обратим внимание, что понятие «способ использования» в стандартах оценки и учебниках не раскрывается, что приводит к весьма серьезным проблемам. Дело в том, что оно относится не к самому объекту оценки, а к процессу его использования. Поэтому можно говорить о способе (в МСО — форме) использования машины в каком-то *периоде*, но нельзя говорить о способе ее использования в определенный *момент времени*. Между тем, МСО допускают оценку имущества при существующем их использовании, поясняя, что *существующее* использование — это форма использования имущества *в настоящее время* [4, МСО 104, параграф 150.1], а точнее на дату оценки. Такая трактовка существующего использования представляется ошибочной. Действительно, если в настоящее время машина простаивает или проходит ремонт, то при ее оценке придется принять, что ее простой или ремонт будут продолжаться до бесконечности. Представляется, что говорить об оценке машин при существующем использовании *нельзя вообще*.

Между тем нередко «существующий» способ может быть конкретизирован и «развернут во времени». Например, можно сказать, что станок будет постоянно выполнять такие-то операции, работать в таком-то режиме, проходить ТО и КР с такой-то периодичностью и т.д. Подобное описание будет вполне приемлемым и достаточным для оценки. Правда, относиться оно будет не к «существующему» на дату оценки способу использования станка, а к перспективному, планируемому или ожидаемому. Подобный способ иногда может быть закреплён и в различных нормах, хотя гораздо чаще технические, технологические или правовые нормы всего лишь накладывают определенные ограничения на способ использования имущества.

Обычно в рамках установленных ограничений владелец имущества может использовать его разными способами. Однако типичный владелец, действуя расчетливо, старается использовать свое имущество *наиболее эффективно*. В то же время возможны ситуации, когда владелец имущества вынужден поступать иначе. Здесь типичными являются ситуации, когда владелец имущества вынужден или использовать имущество «навязанным» ему способом или продать его.

С этой точки зрения при оценке стоимости имущества имеет смысл делать одну из следующих предпосылок о способе его использования:

- заранее заданный (установленный заказчиком оценки) способ использования;
- наиболее эффективный способ использования (highest and best use, HAVU);
- вынужденная продажа.

Предпосылка наиболее эффективного использования объекта часто упоминается в оценочной литературе и стандартах оценки. Она же является основной при постановке разнообразных экономических оптимизационных задач. Но рассматривать ее как «руководство к действию», по нашему мнению, нельзя. Дело в том, что при практическом решении задач оптимизации управления использованием актива способ его использования приходится описывать «укрупненно». Между тем, для описания любого способа использования актива придется описать огромное количество характеристик этого способа. Например, разные способы использования машины могут отличаться сменностью работы, периодичностью ТОиР, требованиями к обслуживающему персоналу, обрабатываемым деталям (для станков) или перемещаемому грунту (для бульдозеров) и т.д. Разумеется, с такой степенью детализации ни описать способ использования конкретной машины, ни, тем более, оптимизировать его практически невозможно. Поэтому и при математическом моделировании и при принятии управленческих решений стараются оптимизировать лишь некоторые основные характеристики способа использования машины (предполагая остальные характеристики типичными или «средними»). Такой «частично оптимизированный» способ использования мы называем *рациональным*.

Разумеется, на практике оценка стоимости объекта производится при предпосылке ее рационального использования. Естественно, при каждой конкретной оценке оценщик может понимать рациональность использования объекта по-своему. Правда, тогда будут различаться и оценки стоимости одного и того же объекта на одну и ту же дату оценки, выполненные разными оценщиками (точнее, при разных представлениях о рациональности способа использования актива). Но и тогда оценщик должен составить определенный перечень возможных (удовлетворяющих установленным требованиям) способов использования и выбрать наилучший из них.

Как уже отмечалось, в ходе стоимостной оценки оценивается **стоимость** объекта. Но что под этим понимается? Нередко термин «стоимость» употребляют в значении «цена». Между тем, это разные вещи. *Цена* объекта — это денежная сумма, запрашиваемая, предлагаемая или уплачиваемая за него. Цена актива зависит от того, какой именно участник рынка запрашивает или предлагает ее, и от того, в какой момент времени и при каких условиях она запрашивается, предлагается или уплачивается.

Стоимость объекта отражает *суждение* оценщика либо о возможной его цене в (гипотетической) сделке его купли/продажи, совершаемой на определенную дату (*дату оценки*) при определенных условиях и допущениях, либо об экономических выгодах от его использования.

В связи с этим следует указать, что в науке понимается под *суждениями* и какими они бывают. Суждение в философии — это мысль, в которой утверждается или отрицается об объекте, свойствах объекта или отношении между объектами.

По степени достоверности суждения принято разделять на достоверные и проблематичные (правдоподобные). Достоверным считается суждение, в котором выражается достаточно обоснованное знание, проблематичным — суждение, которое нельзя считать достоверным из-за его недостаточной обоснованности. «Достаточная обоснованность» суждения обеспечивается эмпирическим подтверждением либо опосредованно. В естествознании достоверными нередко называют события, суждения о которых рассматриваются как эмпирически подтвержденные экспериментами или, шире, — общественно-производственной практикой. В психологическом плане достоверное знание характеризуется отсутствием сомнений в истинности соответствующего суждения. Однако отсутствие сомнений само по себе еще не говорит о достоверности суждения.

До середины XX в. считалось, что наука или повседневный опыт способны давать абсолютно достоверные суждения. Во второй половине XX в. было осознано, что абсолютная достоверность недостижима; что все наши утверждения и теории лишь относительно достоверны и со временем будут отброшены; что границы между мнением, предположением и знанием относительно подвижны.

В беседах и публикациях проблематичность суждений обычно выражается вводными словами: «видимо, вероятно, возможно». В то же время термин «вероятный» в отношении суждений не используют: вероятными могут быть события, но не суждения. В судебном исследовании в форме проблематичных суждений строятся версии об обстоятельствах расследуемых дел.

Суждения оценщика о стоимости объекта, как правило, опираются на не слишком большой объем фактической информации, недостаточно обоснованные методы оценки, а порой - на допущения, не согласующиеся с фактическим положением дел. К тому же суждения оценщика не допускают экспериментальной проверки⁵. По этим причинам значения стоимости, указываемые в отчетах профессиональными оценщиками, всегда являются проблематичными (даже, если их «достоверность» установлена в судебном порядке). Именно по этой причине проводятся экспертизы отчетов об оценке. В то же время обоснованность стоимостных оценок можно повышать, увеличивая объем исходной информации, применяя более совершенные методы ее обработки, сокращая количество не поддающихся проверке допущений и используя более адекватные методы оценки.

Понятие стоимости может относиться не только к реально существующим, но и к *гипотетическим* объектам. В литературе приводятся примеры оценки объектов с определенными характеристиками, однако таких объектов *на дату оценки* на рынке может и не быть (например, не будет машин в возрасте 13 лет и 5 месяцев). И далее, говоря о какой-то машине, мы будем рассматривать ее как предста-

⁵ Нельзя поставить эксперимент, в котором на дату оценки совершалась бы сделка с активом при заранее определенных условиях и требованиях к сторонам сделки.

вителя реальной или гипотетической совокупности всех новых и подержанных машин соответствующей марки.

Имеется много **видов стоимости**, причем перечни этих видов в разных стандартах разные. Мы будем иметь дело только с тремя видами стоимости: рыночной, арендной и утилизационной.

Основным видом стоимости является **рыночная**. Поэтому в оценочной литературе, отчетах об оценке и договорах об оценке ее часто именуют просто «стоимость», опуская определение «рыночная» (чем мы далее и пользуемся). В России эта практика закреплена законодательно: если термин «стоимость» употребляется в нормативных актах или в договорах об оценке без дополнительных определений или с определениями, не указанными в Законе, то его следует понимать как «рыночная стоимость»⁶. Дадим краткое определение этого понятия.

Под **рыночной стоимостью** (РС) объекта на дату оценки понимается расчетная денежная сумма, за которую состоялся бы обмен объекта на эту дату между типичными покупателями и продавцами в результате стандартной сделки.

Стандарты оценки, по сути, определяют, кого считать типичным участником рынка, какую сделку считать стандартной. Согласно МСО [4]:

- **типичными** считаются участники рынка, проводящие надлежащий маркетинг, ведущие себя расчетливо и хорошо осведомленные о характере, свойствах и способах использования актива, а также о состоянии рынка на дату оценки;
- **стандартной** считается сделка, совершаемая на *открытом и конкурентном* рынке, между сторонами, не связанными между собой какими-либо отношениями и действующими независимо.

Для того чтобы стандартная сделка между типичными покупателями и продавцами совершалась, необходимо, чтобы цена сделки была «наилучшей из достижимых, по разумным соображениям, для продавца и наиболее выгодной из достижимых, по разумным соображениям, для покупателя» [4, МСО 104, п. 30.2a]. Это означает, что в такой сделке:

- продать объект по РС было бы для продавца не менее выгодно, чем оставить его у себя и использовать наиболее эффективным способом;
- купить объект по РС и использовать его наиболее эффективным способом было бы для покупателя не менее выгодно, чем вложить те же средства в какие-то альтернативные и доступные для всех участников рынка направления инвестирования.

⁶ Федеральный закон «Об оценочной деятельности в Российской Федерации» от 29.07.1998 № 135-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

Отсюда следует, что рыночная стоимость объекта должна оцениваться при предположении о наиболее эффективном способе использования имущества, и поэтому, как отмечено в МСО [там же, п. 30.4], «будет отражать его наиболее эффективное использование».

Это означает, что оценка рыночной стоимости объекта подразумевает выявление наиболее эффективного способа его использования, т.е. оптимизацию способа использования объекта. Эта идея и была положена в основу создания этой книги.

Так определенная РС объекта:

1) отражает его полезность для типичных участников рынка. Объекты с большей полезностью имеют более высокую стоимость, а объекты, не обладающие полезностью, на рынке вообще не обращаются;

2) является предполагаемой расчетной величиной, а не предопределенной заранее или фактической ценой продажи [там же, п. 30.2b].

Заметим, что осуществление сделок по рыночной стоимости обеспечивает **рыночное равновесие**. По этой причине большинство рыночных сделок осуществляются по ценам, близким к РС.

Обратим особое внимание на то, что *объектами оценки* могут быть не только машины. Какие именно объекты могут быть объектами профессиональной стоимостной оценки, определяется международными и национальными стандартами оценки (в России — Федеральным законом «Об оценочной деятельности в Российской Федерации»). Обычно к числу таких объектов всегда относятся земельные участки, здания и сооружения и их отдельные части (например, производственные площади), предприятия (бизнес), работы, услуги, права и обязательства.

Здесь необходимо указать на важную роль, которую в рыночной системе играют показатели рыночной стоимости *предприятий*. Они используются участниками фондового рынка при принятии инвестиционных решений. Поэтому основные владельцы (мажоритарные акционеры) предприятия заинтересованы не столько в получении текущей прибыли, сколько в приросте стоимости предприятия — в таком случае обычно говорят о концепции управления предприятием, ориентированной на создание стоимости (Value Based Management). В этой книге, рассматривая вопросы управления эксплуатацией машин, мы также будем, по сути, предполагать, что владеющие машинами предприятия придерживаются этой концепции.

(Рыночная) арендная стоимость актива (рыночная арендная плата, а в терминологии Л.В. Канторовича, использовавшейся в свое время в теории оптимального планирования, — прокатная оценка [13, с. 102, 227 и др.]) также отражает рыночную стоимость, но уже не самого актива, а права пользования им в течение

определенного промежутка времени (период аренды). Однако, если, говоря о рыночной стоимости актива, мы должны указывать, к какой именно *date* оценки она относится, то в отношении (рыночной) арендной стоимости мы должны указывать тот *период* (аренды), к которому она относится. Поэтому более строго определить это понятие можно так.

(Рыночная) арендная стоимость имущества на период аренды — это расчетная денежная сумма, за которую состоялся бы обмен права пользования этим имуществом в течение периода аренды между типичным покупателем (арендатором) и продавцом (арендодателем) в результате стандартной сделки.

Наиболее эффективным способом использования актива может оказаться его утилизация, о чем в МСО даже не упоминается. Выгоды, возникающие при утилизации актива, в [4, МСО 105] именуется «терминальной стоимостью». При этом говорится, что «... терминальная стоимость обычно рассчитывается как скраповая реализационная стоимость за вычетом затрат на продажу актива. Если затраты превышают такую реализационную стоимость, терминальная стоимость становится отрицательной и обозначается тогда как «затраты утилизации» или «обязательства по выбытию активов» [4, МСО 105, п. 50.28]. Из этого видно, что «терминальная стоимость» утилизируемого актива, по существу, является рыночной, что позволяет дать ей иное определение и название.

Рыночная стоимость машины, оцениваемая при предпосылке ее утилизации, называется **утилизационной**⁷ (УС). Информация о величине УС конкретной машины позволяет более обоснованно решать вопрос о целесообразности дальнейшей эксплуатации машины.

1.3. Дисконтирование

Участники рынка всегда являются собственниками какого-то имущества — активов, и управляют его использованием. Обычно любое использование имущества связано с осуществлением расходов и получением доходов. При этом обычно доходы и расходы распределены во времени. В бухгалтерском учете доходы, полученные на протяжении отчетного периода (скажем, года), просто суммируются. Между тем, доходы, равные по величине, но полученные в начале и в конце года, для участников рынка неравноценны. Аналогично, для них неравноценны расходы, равные по величине, но осуществленные в начале и в конце года. Учет подобной неравноценности производится путем операции приведения (дисконтирования).

⁷ В МСФО 16 ее называют ликвидационной, однако термин «ликвидационная стоимость» в стандартах оценки закреплен за другим видом стоимости.

Поясним ее экономическое содержание, не учитывая пока налога на прибыль, транзакционных издержек и факторов риска и неопределенности.

Будем измерять время в некоторых единицах – шагах, и будем отсчитывать его от даты оценки, которая становится теперь моментом времени 0. Рассмотрим некоторого Субъекта – участника рынка. Допустим, что он получает от своей деятельности какой-то доход D в момент 0. Этими средствами он может распорядиться двумя способами:

1) использовать их в своей деятельности в течение одного шага;

2) вложить их на один шаг в какие-то доступные всем участникам рынка финансовые инструменты, например, акции или банковские депозиты.

Поскольку на практике одни участники рынка вкладывают получаемые доходы в различные финансовые инструменты, а другие — используют для собственных нужд, то оба способа должны быть равноэффективными, т.е. обеспечивать одну и ту же доходность (относительный прирост вложенной суммы). Обозначим эту доходность через E . Тогда в конце шага (в момент 1) от вложений в финансовые инструменты он получит доход $D(1 + E)$. Это означает, что получение дохода D на дату оценки эквивалентно для участников рынка получению дохода $D(1 + E)$ в момент 1. Тем самым, доход, получаемый в момент 1, можно привести (дисконтировать) к дате оценки, умножая на коэффициент дисконтирования $1/(1 + E)$. Аналогично рассматривается и ситуация, когда Субъект на дату оценки осуществляет расходы, а альтернативным вариантом для него становится получение займа. Но при отсутствии рисков и транзакционных издержек ставка по займам также должна совпадать со ставкой по депозитам — ведь заимодавцы (обычно в этой роли выступают банки), являясь участниками рынка, тоже выбирают, вложить ли им средства в какие-либо финансовые инструменты или предоставить эти же средства в виде займа. Таким образом, доходы и расходы, возникающие в момент 1, должны приводиться моменту 0 путем умножения на коэффициент дисконтирования $1/(1 + E)$.

Величину E , отражающую доходность альтернативных вложений на один шаг, называют *ставкой дисконтирования* (разумеется, она зависит от длительности шага). В наших рассуждениях налог на прибыль не учитывался, поэтому такую ставку называют *доналоговой*⁸. Обычно оценщики ее устанавливают на основе публикуемых значений *доналоговой* доходности различных финансовых инструментов.

⁸ Аналогичные рассуждения можно провести, учитывая налог на прибыль в составе расходов. Результат окажется тем же, однако соответствующая (*посленалоговая*) ставка дисконтирования окажется равной $(1 - n)E$, где n — ставка налога на прибыль.

Заметим, что при определении доходности вложений необходимо сопоставить размер вложений в начале шага с получаемым от них доходом в конце шага. Однако на протяжении шага цены в стране могут меняться, а сумма получаемого дохода становится зависящей от темпов инфляции. Соответственно будут зависеть от темпов инфляции и ставки дисконтирования — такие ставки называют *номинальными*.

Влияние инфляции можно исключить, измеряя доходы от вложений в неизменных ценах на дату оценки (точнее — в ценах неизменного уровня). Такие доходности и отвечающие им ставки называют *реальными*. Если обозначить номинальную и реальную ставки соответственно через E и E_p , а темп инфляции (в долях единицы за шаг) — через i , то связь между этими величинами выражается формулой Фишера: $1 + E = (1 + E_p)(1 + i)$.

Обычно оценщики используют номинальные ставки дисконтирования и считают их неизменными во времени. Тогда доходность альтернативных вложений на каждом шаге будет одной и той же. Поэтому доход от вложений D на два шага составил бы $D(1 + E)^2$, на три шага — $D(1 + E)^3$, на k шагов — $D(1 + E)^k$. На этом основании выгоды, получаемые участниками рынка в момент времени k , должны приводиться к моменту 0 умножением на коэффициент приведения (дисконтирования) $1/(1 + E)^k$.

Если длительность шага мала, то и доходность альтернативных вложений на один шаг будет тоже небольшой. Поэтому обычно процентные ставки и доходности измеряют в годовом исчислении, относя процентный прирост вложенной суммы к длительности периода, на который она вкладывается (в данном случае — шага), выраженного в годах или долях года. Такая (годовая) доходность альтернативных вложений даже для малого шага будет конечной величиной. Ее можно назвать «мгновенной» ставкой дисконтирования или «ставкой дисконтирования в непрерывном времени». Далее значение подобных ставок на дату оценки будем обозначать буквой r , иногда — с индексами. Таким образом, если выраженная в долях года длительность шага составляет dt , то доходность альтернативных вложений, которая была ранее обозначена через E , будет составлять rdt . В таком случае коэффициент приведения денежного потока, возникающего в конце шага, будет равен $1/(1 + rdt)$ или, с точностью до малых более высокого порядка, $(1 - rdt)$. При этом коэффициент дисконтирования доходов и расходов, получаемых через время t (t/dt шагов) после даты оценки, составит $(1 - rdt)^{t/dt} \approx e^{-rt}$.

Между тем, со временем номинальные ставки меняются (причем порой — достаточно сильно), в основном, за счет инфляции. А инфляция учитывается бан-

ками при установлении процентных ставок. Поэтому при изменении темпов инфляции в стране соответственно изменяется и ставка дисконтирования. При переменных во времени ставках дисконтирования формула для коэффициентов дисконтирования меняется.

Будем отсчитывать время от даты оценки, приняв ее в качестве момента времени 0. Обозначим через $r(t)$ и $\alpha(t)$ соответственно ставку и коэффициент дисконтирования в момент t . При этом функция $r(t)$, в общем случае, может быть разрывной (грубо говоря, вчера ставка составляла $0,1 = 10\%$ годовых, а сегодня — $0,4 = 40\%$ годовых; с подобным в России уже встречались). Далее мы будем считать $r(t)$ ограниченной и измеримой функцией. В таком случае

$$\alpha(t + dt) = \alpha(t)[1 - r(t)dt] = \alpha(t) - \alpha(t)r(t)dt.$$

Отсюда вытекает, что $\alpha'(t) = -\alpha(t)r(t)$. Решая это уравнение с начальным условием $\alpha(0)=1$, найдем:

$$\alpha(t) = e^{-\int_0^t r(x)dx}. \quad (1.1)$$

К сожалению, при практической оценке эффективности долгосрочных инвестиционных проектов и стоимостной оценке имущества формулу (1.1) не применяют. Дело в том, что если оценщик захочет учесть изменение ставки дисконтирования во времени, ему придется ее прогнозировать, что внесет в расчеты значительный элемент субъективизма.

Зато реальные ставки дисконтирования, в отличие от номинальных, в разных странах достаточно стабильны, хотя имеет место и долгосрочная тенденция к их снижению. Правда, такую тенденцию необходимо учитывать лишь при оценке эффективности долгосрочных инвестиционных проектов, например, проектов разработки месторождений полезных ископаемых⁹. Казалось бы, при оценке машин можно опираться на реальные ставки дисконтирования (соответственно используя и реальные денежные потоки). К сожалению, и это оказывается неудобным: доходности вложений в финансовые инструменты можно узнать на любую дату оценки, а сведения о темпах роста цен в стране публикуются с большим запозданием. Приемлемый выход из сложившейся ситуации мы предложим в разделе 2.1.

⁹ В мировой практике стоимостной оценки запасов полезных ископаемых указанную тенденцию не учитывают.

1.4. Подходы к стоимостной оценке. Принципы оценки

Для оценки конкретного объекта оценщик может использовать какой-либо из известных методов или разработать свой собственный, дав ему необходимые обоснования. В литературе описано много методов оценки, и их перечень постоянно расширяется. Но все методы оценки опираются на три *подхода* к оценке: сравнительный, доходный и затратный. Дадим краткое описание этих подходов.

В основе **сравнительного подхода** лежит принцип *ценового равновесия* — стоимость объекта должна соответствовать сложившимся на дату оценки ценам на идентичные или аналогичные объекты. Поэтому при использовании этого подхода стоимость оцениваемого объекта находится путем сравнения его с идентичными или аналогичными объектами, в отношении которых доступна информация о ценах.

Наиболее точной будет оценка, получаемая на основе сведений о ценах идентичных объектов. В частности, **новые** машины оцениваются по данным о ценах машин той же марки на первичном рынке. Поскольку такие цены имеют определенный разброс, оценщики ориентируются на «центральную» цену, по которой осуществляется основная масса сделок. Нередко в качестве такой «центральной» цены выступает средняя цена. Иногда на дату оценки объекты, идентичные оцениваемому, на рынке отсутствуют. Тогда приходится опираться на цены объектов-аналогов (скажем, машин того же вида, но другой марки). Поскольку эти аналоги отличаются от оцениваемого объекта значениями некоторых характеристик, в их цены вносят необходимые корректировки [14]. Правда, для расчета значений этих корректировок необходимо знать, как зависят стоимости аналогичных объектов от тех или иных их характеристик. Обычно в этих целях используют регрессионные зависимости.

Как правило, на практике оценка РС *новых* машин особых трудностей не представляет. С **подержанными** машинами ситуация иная. В процессе использования техническое состояние каждой машины изменяется по-своему, поэтому любая подержанная машина — в некотором смысле уникальна, «одинаково подержанных» машин не бывает. Точных аналогов у них нет, поэтому в качестве аналога принимается новая машина той же марки (*новый аналог*). Ее стоимость называется *стоимостью воспроизводства* оцениваемой (подержанной) машины.

Подержанная машина, в отличие от новой, подвергалась деградации, поэтому ее состояние хуже, а стоимость — меньше. Уменьшение стоимости машины за некоторый период мы будем именовать **обесценением** за этот период. Уменьшение стоимости машины за малый период времени, отнесенное к длительности пе-

риода, отразит при этом *скорость обесценения*. Скорость обесценения машины, отнесенную к стоимости ее нового аналога, назовем *ставкой обесценения*.

Показатели обесценения (экономической амортизации, *economic depreciation*) и ставки обесценения имущества отличаются от показателей его амортизации и ставки амортизации только тем, что относятся к рыночной, а не «бухгалтерской» стоимости.

В оценочной литературе и отчетах об оценке особое внимание уделяется обесценению имущества за весь предыдущий срок его использования (т.е. с начала эксплуатации). В [15] для этой характеристики использован термин «обесценение» без каких-либо определений и дополнений. В то же время в российской оценочной литературе та же характеристика часто именуется *износом* [14], в МСО [4] — устареванием (*obsolescence*), а в [16] — экономической амортизацией (*economic depreciation*).

Обычно обесценение актива (с начала эксплуатации) измеряется в долях или процентах от стоимости ее нового аналога. Поэтому для оценки подержанной машины необходимо уменьшить стоимость ее нового аналога (стоимость производства) на коэффициент или процент указанного обесценения. Ту же операцию в США и ряде других стран производят иначе, умножая стоимость воспроизводства на коэффициент или процент *годности* (*Percent Good Factor, PGF*). При этом коэффициенты (проценты) обесценения и годности дополняют друг друга до единицы (100%).

Чтобы рассчитать указанные коэффициенты/проценты, оценщик должен знать, как они зависят от состояния оцениваемой машины, и иметь возможность измерять это состояние. К сожалению, технические науки пока еще не предложили никакого удовлетворительного способа измерения технического состояния *машины в целом*. Казалось бы, его можно описать состоянием всех ее элементов. Тогда машину можно разобрать на элементы и оценить (с помощью технических специалистов) состояние каждого из них. Но тогда придется строить зависимость стоимости машины от всех возможных комбинаций состояний всех ее элементов. Увы, количество таких сочетаний на много порядков превышает количество всех представленных на рынке машин одного вида, поэтому по рыночным данным нужную зависимость не построишь. Кроме того, здесь возникает и философский вопрос: а правомерно ли состояние объекта как единого целого характеризовать состоянием его отдельных частей? Ведь, давая оценку какому-либо специалисту, мы обычно не обращаем внимания на отсутствие у него волос или перенесенную им малярию. По этой причине коэффициенты или проценты годности/обесценения машин оценщики устанавливают, применяя различные методики.

Нередко состояния машины оцениваются экспертно, а значения указанных коэффициентов/процентов находятся из соответствующих таблиц. В них выделяется несколько градаций состояния машины, а оценщику остается только отнести машину к одной из них. Подобные методики различаются способом формирования градаций и значениями коэффициентов или процентов обесценения (или интервалами для них) для каждой градации. Примером является табл. 7.1.3 из [17] для серийных машин широкого профиля.

Приведем фрагмент из нее, относящийся к подержанным машинам

Характеристика состояния машины	Коэффициент обесценения
Машина была в недолгой эксплуатации, не требует ремонта или замены каких-либо частей, в отличном состоянии	0,12...0,22
Машина полностью отремонтирована, в хорошем состоянии	0,22...0,35
Машина пригодна для эксплуатации, но требует некоторого ремонта или замены мелких частей	0,35...0,51
Машина пригодна для эксплуатации, но требует значительного ремонта или замены главных частей или ответственных узлов	0,51...0,67
Машина требует капитального ремонта	0,67...0,82
Машина пригодна только на утилизацию	0,82...1,00

Нельзя не отметить существенные недостатки подобных таблиц:

1. Неясно, как можно обосновать указываемые в таблицах размеры обесценения (или границы их изменения) на основе рыночных данных. Ведь доступная информация о ценах сделок с машинами или о ценах предложения не позволяет однозначно установить ту градацию, к которой относится проданная или предлагаемая машина.
2. Требуют расшифровки понятия «хорошего» и «отличного» состояния, «некоторого» или «значительного» ремонта.
3. Некоторые состояния машин в таблице не отражены. Так, в данной таблице трудно найти градацию, к которой относится автопогрузчик, прошедший четвертый капитальный ремонт (при нормальной эксплуатации погрузчика за свой срок службы проходят не более двух-трех КР). Тем самым не удастся выявить различие в стоимости между погрузчиками, прошедшими четыре и два ремонта.
4. Проводить «небольшой» текущий ремонт неисправной машине не всегда целесообразно. Иногда бывает эффективнее провести ей КР. Аналогично, если машина требует КР, иногда может быть эффективнее ее утилизировать. В подобных случаях обесценение машины может оказаться вне пределов, указанных в таблице.

Те же недостатки присущи и «более продвинутым» методикам, где обесценение определяется как функция двух переменных — возраста машины и градации её состояния.

Чаще процент годности машины находят, опираясь на ее *возраст*. В простейшем случае оценщик отбирает группу машин той же марки и примерно того же возраста с известными ценами и находит *среднюю* цену этих машин. Деление ее на стоимость новой машины дает искомый коэффициент годности. В «более продвинутом» варианте формируется выборка рыночных цен на машины этой марки разного возраста, по которой строится регрессионная зависимость цен машин от возраста. Разделив ее на стоимость новой машины, получают искомую зависимость коэффициента годности от возраста. Обратим внимание, что при этом спецификация регрессионной зависимости обычно задается произвольно, а получаемые коэффициенты годности оказываются, по существу, *средними*, относящимися к средней машине конкретной марки. В частности, в ряде публикаций процент годности машин связывается их *относительным возрастом* (отношением возраста к сроку службы). Ряд соответствующих зависимостей приведен и в справочнике [17]. Критический обзор методов указанного типа приведен в [12].

Тем не менее, имеется возможность строить зависимость средних коэффициентов годности от возраста, опираясь на математические модели процесса использования машин. Такой путь (мы рассмотрим его в разделе 3.2) реализован в системах национальных счетов и в таблицах типа [18; 19], используемых оценщиками в США. Однако в соответствующей модели вероятностный характер процесса использования машин отражается недостаточно адекватно. В данной книге мы предлагаем для тех же целей более совершенные модели.

Согласно МСО [4, МСО 105, п. 60.1], **затратный подход** «дает возможность получить показатель стоимости путем расчета текущих затрат замещения или воспроизводства актива и внесения скидки на физический износ и все прочие уместные виды устаревания». К сожалению, такое определение имеет ряд недостатков.

1. Определение относится только к активам. Неясно, как изменить его для оценки стоимости работ (например, выполняемых машинами) и услуг.
2. Заместить новую машину некоторой марки можно только новой машиной той же марки, тогда ее стоимость будет определяться ценой такой машины на первичном рынке. Такой метод оценки отвечает сравнительному подходу и рассмотрен выше. Замещение машины одной марки машиной другой марки также отвечает сравнительному подходу, причем здесь придется учитывать различия в операционных характеристиках машин, что в определении не отражено.

3. Воспроизвести подержанную машину технически невозможно. А затраты на воспроизводство новой машины — это, по сути, затраты на изготовление ее точной копии, но они существенно зависят от серийности (с увеличением серийности затраты на изготовление одной машины будут снижаться). К тому же, как правило, сведения о затратах на изготовление машин являются коммерческой тайной предприятия-изготовителя и потому недоступны для оценщика.

Ряд других недостатков отмечен нами в [12, 20].

По этим причинам применять затратный подход к оценке подержанных машин нецелесообразно.

Доходный подход применяется, в основном, к оценке активов. В его основе лежит *принцип ожидания выгод* (*anticipation of benefits principle*). Базируясь на положениях МСО [4] и ФСО [15], его можно изложить так: стоимость актива является единым выражением будущих денежных потоков (потоков выгод) от его использования, дисконтированных к дате оценки, и может быть представлена как сумма дисконтированных к дате оценки указанных денежных потоков (выгод).

Экономическое содержание входящих в эту формулировку терминов «денежный поток» и «выгоды» мы раскроем позднее, а пока их можно понимать как определенным образом исчисленную прибыль.

Отметим сразу же существенный недостаток приведенной формулировки принципа. Дело в том, что любой актив можно использовать разными *способами*, и остается неясным, какому из них отвечает стоимость актива. Правда, если актив будет продаваться на условиях стандартной сделки по цене, превышающей дисконтированные выгоды от любого доступного типичным участникам рынка способа использования этого актива, то покупателей на него не найдется. Поэтому в стандартной сделке продавец актива получит максимальную выгоду, а покупатель будет заинтересован в наиболее эффективном использовании актива, если он будет продаваться по наибольшей цене, отвечающей наиболее эффективному и доступному типичным участникам способу использования актива. Другими словами, **стоимость актива не меньше суммы дисконтированных к дате оценки выгод от его последующего использования, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно.**

Примерно в таком виде принцип ожидания выгод применяют обычно в теоретических исследованиях, моделируя тем или иным способом выгоды от использования объекта на протяжении всего его (остаточного) срока службы, а также добавляя выгоды от утилизации объекта в конце срока службы. К сожалению, для практического применения это оказывается не очень удобным. Дело в том, что срок службы объекта требуется прогнозировать, и он может оказаться достаточно

большим, что не позволит дать надежный прогноз выгод от использования объекта на весь (остаточный) срок его службы. Чтобы частично устранить этот недостаток, разложим сумму дисконтированных выгод от последующего использования актива на два слагаемых. К первому отнесем только выгоды, приносимые активом в некотором расчетном периоде, заканчивающемся в более поздний момент s , а ко второму — выгоды, приносимые активом после момента s . Учтем теперь, что сумма дисконтированных к моменту s выгод от использования актива после момента s — это РС актива в момент s (если расчетный период совпадает со сроком службы, она совпадает с утилизационной стоимостью) или, что то же самое, выгода от продажи актива в этот момент по рыночной стоимости. Именно эту величину обычно называют терминальной стоимостью актива и рассчитывают по упрощенным формулам, умалчивая о том, что она является «обычной» рыночной стоимостью этого актива, только на более позднюю дату оценки. Поэтому второе слагаемое равно РС актива в конце расчетного периода, приведенной к дате оценки.

На этом основании будем различать выгоды, *приносимые* объектом в некотором периоде и выгоды от его *использования* в этом периоде: последние включают дисконтированную стоимость актива в конце периода, а первые не включают.

Стоимость актива не меньше суммы дисконтированных к дате оценки выгод от его использования в расчетном периоде, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно.

При этом расчетный период может быть выбран произвольно, т.к. стоимость актива от этого выбора не зависит.

Далее окажется удобным применять этот принцип к расчетному периоду малой длительности. При этом отпадает необходимость учитывать, что способ использования актива и его операционные характеристики могут со временем изменяться. Поэтому принцип ожидания выгод здесь примет следующий вид.

РС актива на дату оценки не меньше суммы дисконтированных выгод от его использования в малом периоде после даты оценки, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно.

В таком «нетрадиционном» виде этот принцип позволяет существенно сократить количество предположений и допущений, которыми обычно сопровождается применение доходного подхода (в частности, упрощается расчет выгод, приносимых машиной в малом периоде).

По существу, вся стоимостная оценка базируется только на двух указанных принципах. Излагаемые в [14] и других учебниках иные принципы, по существу, либо относятся к различным *методам* стоимостной оценки, либо указывают на

необходимость учета каких-либо факторов, либо вытекают из определений рыночной стоимости и указанных выше двух принципов.

Казалось бы, для применения **затратного подхода** указанных принципов недостаточно (поэтому в дополнение к ним в стандартах оценки указывают еще и принцип замещения). Однако это не так. Более того, именно применение принципа ожидания выгод позволяет корректно изложить суть методов затратного подхода, не привлекая каких-то новых принципов. Покажем это на условном примере оценки стоимости нового изделия на месте его изготовления.

Соответствующий технологический процесс (будем считать его наиболее эффективным) разобьем на два этапа. Вначале на месте сборки устанавливается базовая деталь, а затем производится «собственно» сборка, при которой на базовую деталь последовательно устанавливаются все остальные сборочные единицы. При этом, естественно, расходуются материальные ресурсы (сборочные единицы, топливо и энергия), затрачивается труд персонала, временно используются некоторые основные средства предприятия (сборочное оборудование, производственные площади и др.), а результатом процесса будет готовое изделие. В таком случае выгоды от процесса сборки можно понимать как рыночную стоимость готового изделия в конце сборки за вычетом стоимости сборочных работ, осуществляемых на втором этапе (включая и арендную стоимость временно используемых основных средств).

Применив теперь принцип ожидания выгод к базовой детали и периоду сборки, мы получим, что рыночная стоимость базовой детали равна дисконтированной к началу сборки стоимости готового изделия за вычетом дисконтированной стоимости сборочных работ (не включающей стоимости базовой детали). Следовательно, стоимость готового изделия равна сумме дисконтированных к моменту его создания (т.е. к концу сборки) стоимостей всех сборочных работ, в составе которых учтены стоимости всех потребленных ресурсов, необходимых для изготовления изделия. Такая сумма близка к «обычным» (не дисконтированным) затратам на изготовление изделия, но отличается от них, прежде всего, за счет дисконтирования и учета арендной стоимости временно используемых в процессе сборки основных средств¹⁰.

Соответствующая поправка при этом может трактоваться как нормальная (при норме, равной ставке дисконтирования) прибыль на вкладываемый в сборочный процесс основной и оборотный капитал. Разумеется, в тех случаях, когда оценщики применяют затратный подход к оценке объектов, этой «тонкости» оценщики не учитывают, рассматривая ту же поправку как «предпринимательскую

¹⁰ Обычно в себестоимость работ включаются не арендная стоимость таких основных средств, а меньшие по величине затраты на их содержание.

прибыль» и определяя ее в проценте от «обычных» затрат. Наше рассмотрение показывает, что такой процент зависит от стоимости временно используемых в процессе сборки основных средств (в том числе сборочного оборудования и производственных площадей), от длительности периода изготовления объекта и распределения затрат на его создание по этому периоду.

Как видим, использование принципа ожидания выгод позволяет корректно связать РС объекта с затратами на его изготовление, а существующие методы затратного подхода (и само определение этого подхода) лишь приближенно отражают эту связь.

1.5. Выгоды

И в общем определении понятия «стоимость» (п.1.2) и выше, в формулировке принципа ожидания выгод говорилось о денежных потоках и выгодах, но строгого определения этим понятиям не давалось. Так, в МСО [4, МСО 105, п. 50.15] говорится, что в «прогнозируемом денежном потоке следует учитывать объем и сроки всех будущих поступлений и расходований денежных средств, связанных с рассматриваемым активом», а ФСО V [15] допускает понимание «денежного потока» как «дохода». Определения понятию «выгоды» в этих стандартах не дается (здесь можно отметить, что в системе национальных счетов это понятие трактуется совершенно иначе [21, пп. 3.19-3.20]). Более того, многие оценщики, понимая выгоды как определенным образом подсчитанную прибыль или чистый доход, правомерно считают, что большинство машин в принципе не могут генерировать ни денежные потоки, ни доходы, ни выгоды, поскольку производят работы, не обращающиеся на рынке (например, промежуточные операции в технологическом процессе). Такая трактовка денежных потоков и выгод представляется нам слишком узкой, и теперь, опираясь на изложенные выше теоретические положения и оценочную практику, мы можем дать им более строгие определения и разграничить их.

Посмотрим вначале, как стандарты требуют формировать денежные потоки при стоимостной оценке некоторых объектов.

В стандартах оценки денежные потоки классифицируются по двум признакам:

- если в денежном потоке учтен налог на прибыль, он называется *посленалоговым*, если этот налог не учтен — *доналоговым*;

- если денежный поток выражен в ценах соответствующего периода (текущих ценах) и учитывает влияние инфляции, он называется *номинальным*, если же он выражен в ценах некоторого базисного периода (уровня) — *реальным*.

Далее для наших целей мы будем использовать только **доналоговые номинальные** денежные потоки, не оговаривая это каждый раз. В таком случае при рассмотрении каких-либо затрат мы измеряем их в текущих ценах (ценах соответствующего периода), а налог на прибыль не учитываем.

При оценке рыночной стоимости бизнеса (точнее, собственного капитала предприятия) денежный поток, приносимый предприятием за период, рассчитывается как цена реализованной продукции за вычетом затрат на производство этой продукции (не будем пока уточнять их состав). По сути, это определенным образом подсчитанная прибыль или чистый доход, как мы выше и говорили. Аналогично при оценке таких объектов, как здания или помещения коммерческого назначения, денежный поток за некоторый период рассчитывается как плата за аренду объекта в этом периоде за вычетом некоторых расходов, не входящих в арендную плату и осуществляемых арендодателем (например, расходы на страхование, ТОиР, некоторые налоговые платежи). По сути, это тоже определенным образом подсчитанная прибыль или чистый доход, превышение экономических результатов использования объекта над затратами.

Отсюда, казалось бы, следует, что при оценке стоимости объекта на основе денежных потоков от будущего его использования эти потоки и надо формировать, опираясь на фактические и планируемые (владельцем объекта) результаты использования объекта и соответствующие затраты. Между тем, это было бы неправильно. Дело в том, что так сформированные денежные потоки могут не отвечать ни рациональной или типичной организации и технологии производства, ни типичным рыночным отношениям при реализации продукции и потреблении необходимых ресурсов. Например, возможны ситуации, когда:

- при производстве продукции осуществляются затраты «разового» характера или не вызванные производственной необходимостью;
- в процессе производства продукции не осуществляются затраты, необходимые для нормального функционирования предприятия и соблюдения установленных требований к его деятельности (скажем, расходы на охрану труда);
- предприятие продает производимую продукцию и приобретает необходимые для производства ресурсы по ценам, существенно отличающимся от рыночных;
- помещения сдаются в аренду на условиях, существенно отличающихся от типичных (скажем, на льготных).

В подобных ситуациях денежные потоки должны быть скорректированы:

- в состав денежных потоков должны быть включены те и только те затраты, которые действительно необходимы при рациональной организации производственного процесса, а «ненужные» затраты или затраты «разового характера» должны быть исключены;

- производимую продукцию (работы, услуги) и потребляемые ресурсы (включая работы и услуги) необходимо выразить в ценах, возможно более близких к рыночным [4, МСО 200, п. 60.8].

Такие корректировки оценщики обычно производят, что совершенно правильно, однако экономическое содержание скорректированных денежных потоков теперь изменяется: в них отражается уже не фактическая, а рациональная организация и технология производства, а для денежного измерения результатов и затрат, по существу, используются не фактические или прогнозируемые цены, а *рыночные стоимости*. Эти рассуждения приводят к следующему *общему* определению.

Под выгодами, приносимыми объектом в некотором периоде, мы понимаем рыночную стоимость результатов использования объекта (произведенной продукции, работ, услуг) за вычетом рыночной стоимости затрачиваемых при этом ресурсов при рациональной организации и технологии производства.

В частности, для машин, которые обычно используются по своему назначению, под **выгодами, приносимыми машиной в некотором периоде, понимается рыночная стоимость выполняемых машиной в этом периоде работ за вычетом рыночной стоимости затрачиваемых при этом ресурсов.**

Обратим внимание, что в этом определении говорится о рыночной стоимости ресурсов, затрачиваемых при выполнении машиной работ, но не использованы более привычные термины «операционные/эксплуатационные затраты» или «себестоимость».

Между тем, «рыночная стоимость ресурсов, затрачиваемых при выполнении машиной работ» отличается и от себестоимости работ и от операционных затрат. Укажем некоторые отличия:

- при исчислении выгод не учитываются входящие в себестоимость работ амортизация машины и проценты по займу, взятому на ее приобретение;

- при исчислении себестоимости и операционных затрат ресурсы, затрачиваемые при выполнении работ, обычно измеряются в фактических или прогнозируемых ценах (без НДС), тогда как их надо было бы измерять в рыночных стоимостих. Правда, обычно различия между рыночными стоимостями указанных ресурсов и их ценами невелики;

- в состав операционных затрат обычно включаются затраты на содержание занимаемых машиной производственных площадей, тогда как необходимо было бы включать большую по величине арендную стоимость этих площадей.

Тем не менее, чтобы не усложнять изложение, мы будем отождествлять рыночную стоимость ресурсов, затрачиваемых при выполнении машиной работ с операционными затратами или, что то же самое, считать, что операционные затраты исчисляются в рыночных стоимостях и включают арендную стоимость занимаемых машиной производственных площадей.

На практике операционные затраты машин рассчитывают по отдельным статьям, но для наших целей важно знать, как они связаны с состоянием машины и способом ее использования. В связи с этим может оказаться полезным деление операционных затрат на три составляющие:

- 1) затраты, зависящие от объема выполняемых работ (иногда их именуют переменными или условно-переменными). Так, при окраске стен сюда войдет, например, стоимость используемой краски, а при нагревании заготовок — стоимость использованных энергоносителей;

- 2) затраты, зависящие от технического состояния машины. Сюда входит, например, стоимость работ по ТО машины, расходы по устранению брака, расходы на страхование машины, в некоторых случаях – некоторые затраты, прямо связанные с выполнением работы (скажем, повышенные затраты топлива на 1 км пробега у старых по возрасту автотранспортных средств). Обычно эти затраты с возрастом растут;

- 3) постоянные затраты, не зависящие ни от состояния машины, ни от ее производительности. В их состав входят арендная плата за производственные площади, занимаемые машиной, повременная оплата труда рабочих, занятых управлением машиной и (в соответствующей доле) управленческого персонала предприятия, ответственного за использование всего машинного парка, и др.

Перейдем теперь к оценке экономических результатов от использования машины. По определению, они отражают рыночную стоимость работ, выполняемых машиной. Чтобы найти РС работ, выполненных машиной в некотором периоде, объем этих работ необходимо умножить на рыночную стоимость единицы работ. В тех случаях, когда машина выполняет работы, обращающиеся на рынке (примером может быть, скажем, ксерокс или грузовой автомобиль), эту стоимость можно оценить на основе рыночных цен, в остальных случаях ее приходится оценивать расчетным путем, и далее мы изложим конкретные предложения по этому поводу.

Из изложенного вытекает, что не только коммерческие помещения или бизнес могут приносить выгоды — их могут приносить и машины и многие другие объектам оценки, обладающие полезностью для участников рынка.

В то же время приносимые машинами выгоды нередко бывает трудно оценить и подтвердить такую оценку данными рынка. А вот «денежные потоки» и доходы, если понимать их так, как описывается в учебниках и стандартах оценки, многие машины действительно не генерируют. На этом основании мы далее будем, в основном, говорить о приносимых машиной выгодах, избегая термина «денежный поток».

Заметим также, что выгоды, приносимые машиной в отдельные периоды (например, при нерациональном использовании), могут оказаться *отрицательными*. Тогда мы будем говорить, что машина приносит *ущерб*.

В разделе 1.2 вкратце говорилось об арендной стоимости активов и давалось определение этого понятия. Выясним теперь, как связана арендная стоимость машины с другими ее характеристиками.

Рассмотрим машину некоторой марки, находящуюся в рабочем состоянии. Предположим, что машины, находящиеся в таком же или примерно таком же состоянии, представлены на арендном рынке, т.е. сдаются в аренду для использования по назначению на условиях стандартной сделки. Что в этой ситуации можно сказать об арендной стоимости машины на небольшой предстоящий период времени?

Типичный владелец машины на дату оценки может принять одно из двух решений:

- 1) продолжить эксплуатацию машины в течение небольшого периода времени;
- 2) сдать машину в аренду на тот же период времени за соответствующую (рыночную) арендную плату.

Заметим, что в конце периода машина в обоих случаях окажется в одном и том же состоянии, а на равновесном рынке оба решения будут равноэффективными. Действительно, если бы более выгодным было первое (второе) решение, то никакой расчетливо ведущий себя владелец машины не стал бы сдавать ее в аренду (использовать ее по назначению). Отсюда вытекает, что выгоды, приносимые рационально эксплуатируемой машиной в некотором периоде, равны выгодам от сдачи ее в аренду на тот же период, и отражают *рыночную арендную плату* за ее использование (рендный доход) в этом периоде или, как это определено в МСО, *рыночную арендную стоимость* машины за период.

По этой причине в системе национальных счетов, принятой во многих странах мира, рыночная арендная стоимость актива также отождествляется с при-

носимыми активом выгодами [21, пп. 6.245–6.247], правда, здесь эти выгоды вначале именуется «вкладом [актива] в производство [21, пп. 20.9–20.14, 20.28], а затем — «эффективностью [актива]» [там же, п. 20.17].

Обратим внимание, что данное в начале этого раздела определение приносимых машиной выгод связывало их величину с рыночной стоимостью выполняемых машиной работ и операционными затратами. При этом величина выгод становилась как бы «расчетной» и обычно не подтверждаемой рыночными данными. В то же время трактовка тех же самых выгод как рыночной арендной платы делает эту характеристику машины гораздо более наглядной и допускающей подтверждение данными рынка (на этот раз — арендного).

Приведенное выше определение приносимых машиной выгод относится только к машине, используемой *по назначению*, т.е. выполняющей соответствующие работы. Однако в процессе эксплуатации машина может подвергаться капитальному ремонту (КР), а в конце своего срока службы — утилизироваться. Поэтому необходимо дополнительно дать определения выгодам, приносимым машиной в периоды ее ремонта и утилизации. Здесь можно воспользоваться приведенным выше общим определением.

На протяжении КР машина не приносит никаких полезных для владельца результатов, зато требует проведения ремонтных работ (включая и необходимые ремонтные материалы). Поэтому выгоду, приносимую машиной в период КР, можно определить как взятую со знаком «минус» рыночную стоимость ремонта.

Утилизация машины также занимает небольшое время, в течение которого будут осуществляться затраты на демонтаж машины и доставку ее элементов к соответствующим потребителям. На этом основании будем считать, что утилизация машины осуществляется мгновенно. Результатом же утилизации будет рыночная стоимость всех ее элементов (включая и пригодные для дальнейшего использования в качестве запасных частей и ремонтных материалов). Поэтому выгоду, приносимую утилизируемой машиной, можно определить как разность между указанными результатами и затратами, т.е. как **утилизационную стоимость** машины, отвечающую рациональному способу утилизации. Отметим, что УС машины может оказаться *отрицательной*. Так будет, если демонтаж машины требует значительных затрат (например, на перемещение расположенных рядом с ней другого оборудования) или сопряжен с потерями из-за остановки основного производства.

В этой книге, как и в некоторых других публикациях по оценке, а также в литературе по надежности процесс работы машины мы будем рассматривать в непрерывном времени. В этом случае изложенные выше положения потребуют уточнения.

Ранее мы говорили, что производительность машины и ее операционные затраты зависят от состояния машины. В действительности это не совсем так, поскольку на протяжении любого периода, в котором машина работает (и даже простаивает), ее состояние меняется, пусть и незначительно, тогда как связать с ее состоянием можно только «мгновенные» характеристики. Одной из таких характеристик мы считаем производительность машины, отражающую объем работ, выполняемых в малую единицу времени или, если говорить строго, скорость производства работ. Тогда второй характеристикой мы должны считать интенсивность операционных затрат, т.е. сумму этих затрат, осуществленных в малую единицу времени. Итоговой же характеристикой машины, которую придется употреблять вместо выгод, будет интенсивность выгод (ИВ), т.е. выгоды, приносимые машиной в малую единицу времени. Она также будет считаться зависящей от состояния машины и способа ее использования. Отметим в связи с этим, что в этом случае под суммой дисконтированных выгод от использования машины по назначению в некотором периоде, будет пониматься интеграл от дисконтированной интенсивности приносимых ею выгод.

1.6. Инфляция

Чтобы использовать принцип ожидания выгод для оценки машины, необходима прогнозная информация о тех выгодах, которые будет приносить машина в некотором периоде, и о стоимости машины в конце этого периода. А для этого, в свою очередь, необходимо прогнозировать цены и стоимости выполняемых машиной работ и потребляемых ею товаров, работ и услуг. Нередко, особенно в теоретических исследованиях, принимается, что в течение некоторого периода такие цены и стоимости остаются неизменными. Между тем, обычно цены в стране со временем меняются — такое явление называют *инфляцией*.

Инфляцию всегда измеряют применительно к некоторой «корзине» обрабатываемых на рынке продуктов (товаров, работ и услуг). Для этого вначале узнают средние цены единицы каждого включенного в корзину продукта, например, в текущем и предыдущем месяце. Это позволяет рассчитать соответствующие рыночные цены корзины в целом, а затем найти темп и индекс ее изменения. Если включить в корзину только один товар (скажем, килограмм соли), мы получим индекс изменения цен на этот товар. Если включить в корзину автомобильный бензин разных марок в определенной пропорции, получится индекс изменения цен на бензин. Таким способом строятся и публикуемые характеристики инфляции, например, индексы потребительской инфляции (в корзину включается некоторый набор потреб-

ляемых гражданами основных товаров) и дефлятор ВВП, характеризующий общее изменение цен в стране (в корзину включаются все производимые в стране товары, работы и услуги).

Однако такой прием дает правильное представление об изменениях цены корзины продуктов за период, только если на протяжении этого периода остается неизменным состав и структура самой корзины и тот *рынок*, к которому относятся цены входящих в него продуктов. Не случайно, например, мы говорим о росте стоимости жилья в *определённом* городе или курса (котировок) акций компаний *определённой* отрасли. Такой процесс, при котором стоимости всех товаров определённой группы меняются синхронно, с одним и тем же темпом, будем называть **групповой инфляцией**.

Тем не менее, даже если структура корзины продуктов со временем меняется, этим обстоятельством нередко пренебрегают и, в аналитических целях, распространяют найденный темп инфляции на каждый из продуктов, представленных в этой корзине, т.е. принимают *допущение* о групповом характере инфляции для всех этих продуктов. Например, опираясь на публикуемую информацию о темпе роста цен на бензин, принимают, что цена любой марки бензина изменяется в этом темпе. Если принять допущение о групповом характере инфляции некоторой корзины продуктов, то темп такой инфляции может быть рассчитан как темп роста цен на любой продукт (или набор нескольких продуктов) из этой корзины.

Допущения о групповом характере инфляции нередко делаются в отношении различных активов, работ и услуг. Так, закладывая в расчеты некоторые средние прогнозируемые темпы роста цен офисных помещений, оценщики, по существу, принимают допущение о пропорциональном росте цен разных таких помещений. Нередко при оценке эффективности строительных проектов в расчеты закладывается рост затрат на строительно-монтажные работы, базирующийся на прогнозе соответствующих индексов¹¹. При этом, по существу, неявно предполагается, что стоимости разных видов строительно-монтажных работ изменяются одинаковыми темпами.

Новые (находящиеся в новом состоянии) машины определённой марки являются серийной продукцией и идентичны друг другу. Пока их не сняли с производства, они будут продаваться на первичном рынке. Поэтому вполне правомерно говорить о темпах роста их стоимостей (напомним, что стоимость объекта — это его цена в стандартной сделке) и считать, что для таких машин имеет место групповая инфляция.

¹¹ Индексы цен на строительно-монтажные работы публикуются Министерством строительства и жилищно-коммунального хозяйства РФ.

А вот к подержанным машинам это не относится: грубо говоря, все подержанные машины разные, среди них нет идентичных. Поэтому нельзя сформировать и какую-то корзину из подержанных машин одной марки, состав которой остается неизменной. Тем не менее, можно взять конкретную подержанную машину и оценить ее рыночные стоимости на разные даты оценки. Такой расчет, если бы только удалось его сделать, позволил бы найти зависимость стоимости одной и той же машины от даты оценки. К сожалению, сделать это не удастся. Однако получить приближенное представление об изменении цен на подержанные машины одной марки можно, если выяснить динамику средних рыночных цен на машины этой марки одного и того же *возраста*. Конечно, возраст машины не является адекватным измерителем ее технического состояния, но подобный расчет может подтвердить или опровергнуть допущение о групповом характере инфляции подержанных машин одной марки. И такие расчеты делались! Так, в некоторых штатах США, где машины облагаются налогом на имущество, налогооблагаемая стоимость машины определяется путем умножения стоимости ее воспроизводства (стоимости такой же новой машины) на зависящий от возраста машины процент годности. Чтобы избежать оспаривания налога в суде, налоговые органы стремятся сблизить налогооблагаемые стоимости объектов с их рыночными стоимостями, поэтому устанавливаемые для разных видов машин проценты годности принимаются на основе анализа рыночных цен на такие машины разного возраста. Сами значения процентов годности приводятся в ежегодно публикуемых нормативно-методических документах типа [18; 19]. Их анализ показывает, что значения этих процентов из года в год почти не меняются, что может рассматриваться как подтверждение допущения о групповом характере инфляции для подержанных машин.

Учитывая изложенные соображения, мы в дальнейшем будем принимать допущение о групповом характере инфляции для машин одной и той же марки. При этом будет предполагаться, что оценщики машин некоторой марки имеют возможность оценить фактический темп групповой инфляции (в данном случае темп роста цен на новые машины этой марки) в ретроспективном периоде и, анализируя рынок, обоснованно спрогнозировать этот темп, по крайней мере, на ближайшую перспективу.

1.7. Учет факторов неопределенности

До сих пор мы предполагали, что выгоды от предстоящего использования машины известны или могут быть достаточно точно спрогнозированы. Между тем, оценка машин всегда производится в условиях неопределенности и риска. В общем

случае «неопределённость» означает неполноту и неточность информации, которая может относиться как к настоящему и прошлому, так и к будущему, тогда как термином «риск» описывается возможность возникновения каких-либо неблагоприятных ситуаций [22]. Поэтому понятие неопределённости более общее, а риск должен рассматриваться как важный, но частный случай неопределённости.

В детерминированной ситуации говорить об оптимальных сроках службы, способах использования или периодичности КР машин и устанавливать соответствующие нормы вполне естественно. Однако на практике идентичные машины в одних и тех же условиях эксплуатации ведут себя по-разному. Поэтому способы использования машин, моменты их утилизации или КР обычно выбирают, не опираясь на нормы, а учитывая фактическое техническое состояние машин. Оказывается, что именно так и нужно поступать в условиях неопределённости, а соответствующий принцип «управления в зависимости от состояния» широко используется в мире при управлении процессами в самых разных секторах экономики и лежит в основе математической теории управления случайными процессами. В частности, в условиях неопределённости не нужно задавать периодичность КР или срок службы конкретной машины, зато необходимо указывать, при достижении каких именно состояний машина подлежит КР или выводу из эксплуатации. Теория стоимостной оценки помогает решать подобные задачи. Некоторые из них мы будем рассматривать в этой книге. С этой целью мы постараемся построить такие модели оценки, которые учитывали бы факторы неопределённости.

При этом принцип ожидания выгод потребует уточнить:

РС актива не меньше *ожидаемой* суммы дисконтированных к дате оценки выгод от его последующего использования в расчетном периоде, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно.

В частности, если расчетный период мал, это определение принимает вид:

РС актива на дату оценки не меньше *ожидаемой* суммы дисконтированных выгод от его последующего использования в малом периоде после даты оценки, и совпадает с этой суммой, если актив используется наиболее эффективно.

Детальное исследование [22] показывает, что термин «ожидаемой» здесь должен пониматься по-разному, в зависимости от вида неопределённости. На практике неопределённость может иметь различный вид, и каждому виду отвечает свое понимание и своя математическая формализация понятия ожидаемых выгод.

Так, если о величине известен только интервал ее возможных значений, говорят об *интервальной* неопределённости. Другой вид неопределённости возникает, когда величина может принимать разные значения, но о каждом из возможных зна-

чений известна «степень его возможности». Такие величины называются *нечеткими*. Способы определения показателей типа ожидаемых выгод для указанных и иных видов неопределенности обосновываются в [22].

Далее в этой книге мы будем иметь дело только с *вероятностной* неопределённостью. В этой ситуации, грубо говоря, состояния машины могут случайно изменяться, но вероятности таких изменений известны. Ожидаемое значение какой-либо характеристики машины при этом определяется формулой математического ожидания (примерно это имеется в виду в МСО, см. [4, МСО 105, п. 50.37b]). Для обозначения математического ожидания мы используем обозначение $E[\dots]$, так что $E[X]$ означает математическое ожидание случайной величины X .

Многими авторами критерий математического ожидания при стоимостной оценке оспаривается. Нередко предлагается отражать в критерии и разброс (например, дисперсию) соответствующего показателя (затрат, выгод или эффекта). На таком критерии основана и модель оценки стоимости капитальных активов *САРМ*. Однако использование подобных критериев исключает возможность решения локальных задач [22]. Например, при их использовании придется одновременно оптимизировать сроки службы всех основных средств предприятия.

При нашем подходе вероятностную неопределенность мы учитываем при исчислении выгод, поэтому при применении принципа ожидания выгод мы используем ту же ставку дисконтирования, что и в детерминированной ситуации — *безрисковую*.

Вероятностный характер потока выгод от использования актива моделируется с помощью случайных процессов различного типа. В этой книге мы ограничимся только такими процессами, в которых в малом отрезке времени состояние актива либо случайно изменяется скачком, либо получает малое случайное приращение.

Скачкообразные изменения состояния машин в теории надежности связываются с их *отказами*. Важной характеристикой машины (работающей в определенных условиях) является *опасность отказа* — вероятность отказа в малую единицу времени. Мы принимаем, что опасность отказа машины зависит только от ее состояния, но не от истории ее эксплуатации. Более того, мы будем считать, что с ухудшением состояния машины опасность отказа возрастает. Заметим также, что отказ машины может привести не только к приостановке производственного процесса, в котором она участвует, но и привести к *потерям* в других технологических процессах. Последствия отказа обычно устраняются быстро, и соответствующие потери мы считаем единовременными. На практике размеры потерь от отказа одних и тех же машин, используемых в одном и том же производственном процессе,

могут колебаться в широких пределах, но для наших целей достаточно ориентироваться на средние потери. При этом мы будем считать, что их величина не зависит от того, в каком состоянии машина отказала.

Если состояние машины изменяется случайно, то случайным оказывается и момент достижения предельного состояния, т.е. срок службы машины. Несмотря на то, что вероятностное распределение сроков службы машин изучалось многими авторами, достаточно надежно оценить его не удастся. Это обусловлено рядом причин:

- подавляющее большинство публикаций посвящено срокам службы не самих машин, а их отдельным узлам и деталям (например, подшипникам);
- иногда распределение срока службы устанавливается по результатам ускоренных испытаний машин на долговечность. К сожалению, это не позволяет учесть выход машин из строя в связи с нестабильными условиями работы, сбоями в снабжении, неправильной эксплуатацией или чрезвычайными ситуациями;
- для надежной оценки функции распределения срока службы необходимы сведения о сроках службы большого числа машин, тогда как на обследуемых предприятиях может просто не оказаться нужного числа машин одной марки;
- момент достижения предельного состояния не всегда совпадает с моментом вывода машины из эксплуатации, отраженным в отчетности организации (так, некоторые машины, эксплуатация которых неэффективна или технически невозможна, продолжают числиться работающими);
- при статистической обработке фактических данных о сроках службы машин спецификация (вид) вероятностного распределения задается априорно (например, распределение считается логнормальным).

По этим причинам при статистической обработке фактических данных о сроках службы машин спецификация (вид) вероятностного распределения выбирается априорно из числа известных двух- или трехпараметрических распределений, а фактические данные используются лишь для оценки соответствующих параметров. Однако неудачная спецификация функции распределения может привести к некорректным результатам.

Пусть $F(x)$ — функция распределения срока службы машины (значения которой отражают вероятность того, что он окажется не больше x), $P(x) = 1 - F(x)$ — функция надежности (дожития). Тогда средний срок службы S определяется формулой:

$$S = \int_0^{\infty} x dF(x) = -\int_0^{\infty} x d[1 - F(x)] = -\int_0^{\infty} x dP(x) = \int_0^{\infty} P(x) dx. \quad (1.2)$$

Применим эту формулу к машине возраста t . Функцию надежности этой машины обозначим $P(x, t)$. Она отражает вероятность того, что остаточный срок службы машины превысит x при условии, что она дожила до возраста t , или, что то же самое, вероятность того, что срок ее службы превысит $t + x$ при условии, что этот срок больше t . Поэтому $P(x, t) = P(t + x) / P(t)$. В таком случае средний остаточный срок ее службы $S(t)$ составит:

$$S(t) = \int_0^{\infty} P(x, t) dx = \int_0^{\infty} \frac{P(t + x)}{P(t)} dx. \quad (1.3)$$

Можно высказать и некоторые соображения о том, как зависит остаточный срок службы машины от ее возраста. Для этого обозначим $g(x) = -\ln P(x)$ и заметим, что

$$S'(t) = \frac{d}{dt} \left[\int_0^{\infty} \frac{P(t + x)}{P(t)} dx \right] = \frac{d}{dt} \left[\int_0^{\infty} e^{g(t) - g(t+x)} dx \right] = \int_0^{\infty} [g'(t) - g'(t+x)] e^{g(t) - g(t+x)} dx.$$

Учтем теперь, что если $x \rightarrow \infty$, то $P(x) \rightarrow 0$ и значит, $g(x) \rightarrow \infty$.

Рассмотрим теперь несколько типичных частных случаев.

1. Срок службы имеет экспоненциальное распределение: $P(x) = e^{-x/\theta}$, $g(x) = x/\theta$. Легко видеть, что здесь средний остаточный срок службы машины любого возраста равен θ , т.е. совпадает с полным, чего обычно не наблюдается.

2. Функция $g(x)$ при больших x — выпукла вниз, т.е. ее производная при больших x растет с ростом x . В таком случае функция надежности $P(x)$ с ростом x убывает как экспонента или быстрее. Тогда $g'(t) < g'(t + x)$ при больших t , поэтому $S'(t) < 0$, так что $S(t)$ с ростом t убывает. В качестве примеров укажем распределе-

ние Вейбулла с плотностью $(mx^{m-1}/\theta^m) e^{-(x/\theta)^m}$ при $m > 1$ (здесь $g(x)$ имеет порядок x^m при больших x , а $S(t)$ с ростом t убывает как t^{1-m}), нормальное или усеченное слева нормальное распределения (здесь $g(x)$ имеет порядок x^2 при больших x). Осо-

бо отметим гамма распределение с плотностью $x^{m-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\theta^m \Gamma(m)}$ при $m > 1$, используе-

мое в системе национальных счетов ФРГ. Для этого распределения средний срок службы составляет $m\theta$, а $g(x) \approx x/\theta - (m-1)\ln(x/\theta)$ при больших x . Здесь функция $S(t)$ с ростом t убывает, но достаточно медленно и к тому же не до нуля, а до предельного значения θ . Другими словами, остаточный срок службы машин очень большого возраста примерно в m раз меньше полного.

3. Функция $g(x)$ при больших x — выпукла вверх, т.е. ее производная при больших x убывает с ростом x . Примером может служить используемое в системе

национальных счетов России, Франции и Чехии логнормальное распределение (для него $g(x)$ при больших x имеет порядок $\ln^2 x$) или гамма распределение при $k < 1$. Здесь функция надежности $P(x)$ с ростом x убывает медленнее, чем экспонента. Тогда $g'(t) > g'(t + x)$ при больших t , поэтому $S'(t) > 0$, а $S(t)$ с ростом t растет.

Представляется, что для реальных машин две последних ситуации невозможны, а $S(t)$, убывая, стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$.

В некоторых моделях этой книги будут предполагаться известными средний срок службы и коэффициент вариации срока службы машин. Дело в том, что об этих характеристиках имеется более подробная информация, получаемая обычно либо по результатам испытаний машин на долговечность, либо по данным статистической отчетности. В то же время, для многих марок машин сведения о результатах их испытаний на надежность не публикуются, а данные статистической отчетности относятся сразу к большим группам машин и оборудования. В справочниках типа [18; 19], используемых оценщиками США, указываются средние сроки службы таких групп машин, как электроэнергетическое оборудование, металлообрабатывающее оборудование, оборудование рыбоконсервных заводов, деревообрабатывающее оборудование. Еще более широкие группы используются в системах национальных счетов. Оценщики обычно выводят средние сроки службы машин либо из амортизационных сроков службы, либо из назначенных или нормативных сроков, установленных в технической документации [17, раздел 5].

Сведений о разбросе сроков службы машин явно недостаточно. Коэффициент вариации срока службы (v) зависит от преобладающего характера разрушения базовых частей конструкции (изнашивание материалов или их усталость), стабильности условий эксплуатации и режима нагрузок, а также от качества изготовления. При этом, как отмечено в [23], для станков, легковых автомобилей, технологического оборудования и электроники $v = 0,2...0,3$, для грузовых автомобилей, башенных кранов и строительно-дорожных машин $v = 0,3...0,4$. Более подробные сведения даются в табл. 12.5 из [9]. Например, для машин среднего качества изготовления, работающих при переменных нагрузках в нестабильных условиях эксплуатации, значения v могут достигать до $0,6...0,7$.

Специальных испытаний для установления вероятностных распределений сроков службы машин не проводят, а фактические или экспериментальные данные о сроках службы обычно аппроксимируют одним из известных распределений, чаще всего — распределением Вейбулла или логнормальным. Проанализировав опубликованные результаты соответствующих исследований, автор предложил в [24] именно для целей стоимостной оценки разделить машины и оборудование

разных видов на три категории с разными значениями коэффициента вариации срока службы, исходя из доступной для оценщиков информации.

Первая категория включает машины, к чьей надежности и срокам службы предъявляются повышенные требования. Это конструкционно сложные машины с установленными производителем сроками службы, либо производимые малыми сериями или в единичных экземплярах, ремонт которых слишком дорог или практически невозможен. Установленные в технической документации сроки службы таких машин можно рассматривать как 90%-е, а фактические сроки их службы лежат в довольно узких пределах. У машин этой категории коэффициенты вариации срока службы (v) меньше 0,38. В среднем для машин этой категории можно принять $v = 0,3$. Временные характеристики машин, приведенные в справочнике [17], относятся, в основном, к машинам этой категории.

Вторая категория включает машины, к надежности которых предъявляются определенные требования, но сроки службы которых особо не регламентируются и могут неоднократно продлеваться. У машин этой категории $v = 0,38...0,57$. Установленные в технической документации сроки службы таких машин (если таковые есть) можно рассматривать как 80%-е. В среднем для машин этой категории можно принять $v = 0,47$.

Третья категория включает машины и оборудование, к надежности и срокам службы которых не предъявляется особых требований. Это сравнительно простые по конструкции машины, их производят большими сериями, и их достаточно легко ремонтировать. Их надежность с возрастом снижается не слишком сильно. Работоспособность таких машин можно восстанавливать много раз, поэтому фактические сроки их службы могут меняться в достаточно широких пределах. Для машин этой категории $v = 0,57...0,8$. Сроки службы таких машин в технической документации, как правило, не устанавливаются. Если же такие сроки установлены, их с определенной долей условности можно считать 67%-ми (до среднего срока доживает примерно две трети машин этой категории). В среднем для машин этой категории можно принять $v = 0,65$.

ГЛАВА 2. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОМ ПРОЦЕССЕ ИХ ДЕГРАДАЦИИ

Говоря о том, что машину можно использовать различными способами, обычно подразумевают, что её можно использовать по своему назначению в разных технологических процессах, например, для выполнения разных работ. В подобной ситуации мы будем говорить о способах ее *эксплуатации* или использования ее *по назначению*. С этих позиций управление использованием машины подразумевает выбор подходящей технологии и организации процесса выполнения работ — эти вопросы решаются, в основном, в технических науках. Однако понятие способа использования (см. раздел 1.2) шире — оно охватывает весь процесс применения машины ее владельцем. В частности, конкретный способ использования должен предусматривать и момент прекращения эксплуатации машины — завершение срока службы. Такой момент не всегда должен задаваться в виде конкретной даты. Так, для некоторых машин он может задаваться отработанным временем или объемом выполненной работы, в других случаях действующие нормативы предусматривают утилизацию машины после выхода из строя определенных ее элементов. Поэтому, в общем случае, приходится говорить, что способ использования машины включает и некоторое правило (инструкцию), позволяющее в каждый момент времени решать, следует ли продолжить эксплуатацию машины или ее необходимо утилизировать. Для оптимизации сроков службы и способов использования машин мы используем «стоимостной» (основанный на теории стоимостной оценки, value based) подход.

Отметим, что решения по выбору способа использования машины не являются объектами профессиональной стоимостной оценки. По отношению к таким решениям говорят не о «стоимости», а об «эффективности», но и здесь эффект управленческого решения отражает суждение оценщика об экономических выгодах от его использования.

В этой главе мы рассматриваем неремонтируемые машины одной марки, которые могут использоваться по назначению единственным способом, причем процесс их деградации — *детерминированный*. Разумеется, такие объекты являются сильно упрощенной моделью реальных машин некоторых видов, но их рассмотрение позволяет получить важные теоретические выводы и предложить некоторые рекомендации, полезные как при управлении использованием машин, так и при их стоимостной оценке.

Задачи оптимизации срока службы и способа использования машин рассматривались многими авторами. Уже в 1930-е гг. в СССР появились первые работы по оптимизации сроков службы машин, например, [25; 26]. В связи с необходимостью обоснования норм амортизационных отчислений, начиная с 1960-х гг., внимание к этой проблеме усилилось. Новые подходы к ее решению были отражены во множестве публикаций, например, в [27; 28; 29; 30; 31]. Задачи оптимизации скорости и других характеристик транспортных средств также стали решаться в СССР, начиная с 1930-х гг. и особенно активно — с конца 1950-х гг., в основном — в ИКТП при Госплане СССР, ВНИИЖТ, СоюзморНИИпроекте и других НИИ и вузах. Они рассматривались как составная часть более общих задач оптимизации управления развитием отраслей экономики страны. Поэтому в большинстве подобных работ, по сути, оптимизировалось развитие и использование всего парка соответствующих машин. К сожалению, применение предложенных методов в условиях переходной экономики требовало долгосрочного прогнозирования цен и экономических характеристик машин, что в те годы было нереально. Из большого числа зарубежных публикаций второй половины XX в. по оптимизации сроков службы техники следует отметить [32; 33]. Подход, принятый в последней работе, наиболее близок к нашему, но недостаточно увязан с теорией стоимостной оценки. В современной литературе при оптимизации сроков службы используют различные критерии, носящие затратный характер (например, критерий минимума среднегодовых затрат на приобретение и эксплуатацию машины). Стоимостной подход позволяет обосновать один из таких критериев.

2.1. Стоимостной подход к оптимизации срока службы машины

В теории надежности состояние подержанных машин характеризуется наработкой с начала эксплуатации. Однако для целей стоимостной оценки это оказывается не очень удобным, поскольку сведения о наработке продаваемых или сдаваемых в аренду машинах в соответствующих офертах отсутствуют, умышленно искажаются или допускают неоднозначную трактовку. Так, владельцы некоторых видов машин (скажем, бытовой техники или автоприцепов) вообще не ведут учет их наработки. Нередко, чтобы привлечь покупателя, наработку искусственно занижают (например, за счет применения технических средств), либо вместо наработки с начала эксплуатации указывают наработку после последнего капитального ремонта или с момента приобретения этой машины ее текущим владельцем. Такие ситуации потенциальным покупателям известны. Поэтому, как показывает анализ рынка, покупатели машин просто «не доверяют» сведениям об их наработке и при

покупке подержанных машин ориентируются на их возраст. К тому же учет наработки не позволяет существенно повысить точность стоимостной оценки машин. Для подтверждения этого вывода автором строились регрессионные зависимости цен машин разных видов и марок от возраста. Оказалось, что отклонения цен от этой зависимости слабо скоррелированы с наработкой соответствующих машин.

На этом основании состояние рассматриваемых машин мы будем характеризовать их (хронологическим) *возрастом* (ХВ).

Будем предполагать также, что организация и технология использования всех этих машин по назначению — одна и та же и является рациональной. В таком случае все операционные характеристики машины и ее РС на фиксированную дату оценки будут определяться только ее возрастом, а оптимизация процесса использования машин сводится, в конечном счете, только к оптимизации срока их службы, т.е. к оптимальному выбору момента утилизации. Правда, чтобы решить эту задачу «обычными» методами, требуется знать рыночную стоимость выполняемых машиной работ, которую приходится устанавливать одновременно.

Далее мы будем рассматривать машины определенной марки разного возраста. Введем следующие обозначения для характеристик этих машин *на дату оценки*:

p — рыночная стоимость единицы выполняемых машинами работ;

T — срок службы машин;

U — УС машин (мы считаем, что она не зависит от их возраста);

$W(t)$ — производительность машины возраста t лет;

$C(t)$ — интенсивность операционных затрат такой машины;

$B(t)$ — интенсивность выгод (ИВ), приносимых такой машиной;

$V(t)$ — рыночная стоимость такой машины;

$K = V(0)$ — рыночная стоимость новой машины;

$k(t) = V(t)/V(0)$ — коэффициент годности машины возраста t лет.

Кроме того, будем считать, что для рассматриваемых машин в периоде, близком к дате оценки, имеет место групповая инфляция с некоторым темпом i . Подразумевается, что оценщик, анализируя фактические данные о ценах машин на первичном рынке, имеет возможность установить этот темп. Таким образом, в нашей модели стоимости машин, находящихся в одном и том же состоянии, со временем меняются с одним и тем же темпом i . Это относится и к стоимости машин в предельном состоянии — утилизационной, которая также со временем меняется с темпом i .

Безрисковую доналоговую номинальную ставку (в непрерывном времени, мгновенную) будем обозначать через r_n . Величину $r = r_n - i$ назовем *специальной*

ставкой дисконтирования. По сути, она близка к безрисковой доналоговой *реальной* ставке, но отличается от нее тем, что при исчислении последней из соответствующей номинальной ставки вычитается не темп роста цен на рассматриваемые машины, а средний темп роста цен в стране.

Учитывая, что в рассматриваемой модели случайные отказы отсутствуют, а физическое изнашивание машин является неустранимым, мы будем считать функцию $W(t)$ непрерывной и невозрастающей, а функцию $C(t)$ — непрерывной и *неограниченно* возрастающей (см. раздел 1.1). Поскольку стоимость машины в процессе деградации не возрастает, то функция $V(t)$ должна быть невозрастающей. Мы будем считать ее гладкой. Обратим внимание также, что выгоды, приносимые машиной возраста t — это РС производимых ею работ за вычетом операционных затрат, поэтому

$$B(t) = pW(t) - C(t). \quad (2.1)$$

Из (2.1) и свойств функций $W(t)$ и $C(t)$ вытекает, что ИВ машины $B(t)$ с возрастом непрерывно убывает, стремясь к $-\infty$.

Выясним, в каком возрасте эти машины целесообразно утилизировать. При этом окажутся полезными два обстоятельства:

- если какую-то машину целесообразно утилизировать, то так же следует поступить и с любой машиной большего возраста;
- если какую-то машину целесообразно использовать по назначению хотя бы небольшое время, то так же следует поступить и с любой машиной меньшего возраста.

Поэтому существует *предельный* возраст T такой, что наиболее эффективным будет использовать по назначению машины в возрасте, меньшем, чем T , и утилизировать машины в возрасте T или большем. При этом $T > 0$, иначе никто не стал бы покупать новую машину, чтобы ее тут же утилизировать. Такое T и будет оптимальным (или, если говорить более точно, *рациональным*) сроком службы машины. Будем искать его.

Возьмем машину, имеющую возраст t и стоимость $V(t)$ на дату оценки. Если ее утилизировать, это принесет выгоды U . Если же использовать ее по назначению, то за малый период времени dt она принесет выгоды в сумме $B(t)dt$ и в конце периода будет иметь возраст $t + dt$. За счет групповой инфляции ее стоимость окажется в $1 + idt$ раз больше, чем у машины того же возраста на дату оценки, т.е. составит $(1 + idt)V(t + dt)$. Применив теперь принцип ожидания выгод и используя для дисконтирования номинальную ставку r_n , мы получим (с точностью до малых более высокого порядка):

$$\begin{aligned}
V(t) &= \max \{U; B(t)dt + (1 - r_{\text{н}}dt)(1 + idt)V(t + dt)\} = \\
&= \max \{U; B(t)dt + (1 - rdt)V(t + dt)\}.
\end{aligned}
\tag{2.2}$$

По существу, формула (2.2) является уравнением динамического программирования (в непрерывном времени), определяющим зависимость $V(t)$ стоимости машины от возраста. Кстати, если бы время в задаче было дискретным, то и находить искомую функцию $V(t)$ можно было бы с помощью соответствующих методов (см. [12, пример 15.3]).

Для решения уравнения (2.2) рассмотрим два случая.

Случай 1. $t \geq T$. Поскольку любую машину возраста, не меньшего T , наиболее эффективно утилизировать, то $V(t) = V(t + dt) = U$ и, в силу (2.2),

$$U \gtrsim B(t)dt + (1 - rdt)U = U + [B(t) - rU]dt.$$

Легко видеть, что такое неравенство может выполняться, только если $B(t) \leq rU$ при $t \geq T$, и, в частности, $B(T) \leq rU$.

Появившаяся в этих формулах величина rU имеет смысл *упущенной выгоды* от откладывания утилизации машины на малую единицу времени. Действительно, допустим, что вместо утилизации машины в конце периода dt ее утилизировали раньше — на дату оценки. Тогда владелец получит выгоды U на дату оценки, но не получит увеличенную за счет инфляции выгоду $(1 + idt)U$ в конце периода. В результате сумма дисконтированных выгод, упущенных при откладывании утилизации машины на период dt , составит $U - (1 - r_{\text{н}}dt)(1 + idt)U \approx (r_{\text{н}} - i)Udt = rUdt$.

Случай 2. $t < T$. Здесь $V(t) > U$ и, в силу (2.2),

$$\begin{aligned}
V(t) &\approx B(t)dt + (1 - rdt)V(t + dt) = B(t)dt + (1 - rdt)[V(t) + V'(t)dt] \approx \\
&\approx V(t) + [V'(t) - rV(t) + B(t)]dt.
\end{aligned}$$

Но такое равенство возможно, только при выполнении равенства:

$$V'(t) - rV(t) + B(t) = 0, \quad (t < T). \tag{2.3}$$

Прежде чем исследовать это уравнение, выясним его экономический смысл. Для этого представим (2.3) в дифференциальной форме:

$$B(t)dt = rV(t)dt - dV(t) = rV(t)dt + [V(t) - V(t + dt)].$$

Левая часть этого равенства — $B(t)dt$ — отражает выгоды, приносимые используемой по назначению машиной возраста t лет за время dt .

Первое слагаемое в правой части — $rdtV(t)$ — это нормальный доход на капитал, вложенный в машину возраста t лет (ее рыночную стоимость), по специальной ставке r за время dt .

Второе слагаемое — $[V(t) - V(t + dt)]$ — отражает уменьшение РС машины за время dt или, что то же самое, *обесценение* (экономическую амортизацию, см.

раздел 1.4) машины за это время. При этом скорость обесценения машины (сумма обесценения за малую единицу времени) составляет $-V'(t)$. Отнеся эту сумму к РС новой машины $V(0)$, получим выражение для *ставки* обесценения: $d(t) = -V'(t)/V(0) = -k'(t)$.

Отсюда вытекает, что **выгоды, приносимые используемой по назначению машиной за малый период времени, равны сумме ее обесценения (экономической амортизации) за этот период и нормального дохода (по специальной ставке r) за этот период на вложенный в машину капитал.** Этот результат можно рассматривать как обобщение результата Л.В. Канторовича [13] на случай инфляции.

Рассмотрим теперь машину возраста t и заметим, что:

- если ее целесообразно использовать по назначению, то приносимые ею за малый период выгоды должны быть **не меньше** упущенной выгоды от откладывания утилизации машины на тот же период, т.е. $B(t) \geq rU$. Это верно и для новой машины, так что $B(0) \geq rU$;

- если ее целесообразно утилизировать, то выгоды, приносимые ею за малый период, должны быть **не больше** упущенной выгоды от откладывания утилизации машины на тот же период, т.е. $B(t) \leq rU$. Это неравенство верно для достаточно больших t , так как выше было показано, что функция $B(t) = pW(t) - C(t)$ с ростом t убывает и стремится к $-\infty$ при $t \rightarrow \infty$ и любом $p > 0$.

Отсюда вытекает, что машины рассматриваемой марки имеют конечный срок службы T , являющийся единственным корнем уравнения:

$$B(T) = rU. \quad (2.4)$$

Поскольку $V(T) = U$, отсюда и из (2.3) вытекает, что $V'(T) = 0$.

Кроме того, из (2.4) следует, что с ростом U оптимальный срок службы машины сокращается, т.к. функция $B(t)$ убывающая. Грубо говоря, если возрастет стоимость металлолома, то утилизировать старую по возрасту машину станет выгоднее, чем использовать ее по назначению.

Обратим внимание, что формула (2.4) вступает в противоречие с позицией многих экономистов, бухгалтеров, оценщиков и государственных органов. Дело в том, что в бухгалтерском учете, в МСФО и МСО вместо срока службы говорится о *сроке полезного использования* актива, понимаемом как период в единицах времени, в течение которого использование объекта основных средств будет приносить экономические выгоды организации. При этом термин «выгоды» обычно трактуют как прибыль или как ЕБИТДА (прибыль до вычета процентов по займам, налога на прибыль и амортизации), и тогда срок полезного использования машины должен заканчиваться, когда машина начинает приносить убытки или когда ЕБИТДА ста-

новится отрицательной. Такой срок не зависит от утилизационной стоимости машины U , и на протяжении этого срока приносимые ей выгоды (в нашем понимании) могут оказаться меньше rU , если $U > 0$. Тогда срок полезного использования будет больше оптимального срока службы.

Если же $U < 0$, то владельцу оказывается выгоднее некоторое время «работать с небольшим убытком», чем единовременно осуществить относительно большие затраты на утилизацию машины. Такая ситуация характерна при оценке месторождений полезных ископаемых, проекты разработки которых утверждаются государственными органами. На завершающих стадиях разработки месторождения рентабельность добычи обычно начинает снижаться. В связи с этим соответствующие нормативные документы предусматривают проектирование разработки месторождения только на «рентабельный период». При этом не учитываются так называемые «ликвидационные затраты», включающие, например, демонтаж наземных объектов, консервацию скважин и рекультивацию территории¹². При корректном учете таких затрат рассчитанные по формуле (2.4) оптимальный период разработки месторождения будет больше «рентабельного периода», соответственно вырастет и объем извлекаемых запасов. Существенно также, что при ужесточении экологических требований к проектам ликвидации месторождений ликвидационные затраты растут, что приводит к еще большему увеличению оптимального периода разработки месторождения. Правда, разработка месторождения за пределами «рентабельного периода» требует государственной поддержки проекта в той или иной форме, иначе недропользователь, не заинтересованный в продолжении добычи и производстве ликвидационных работ, «переложит» эти обязанности на государство. Этим проблемам посвящена специальная литература.

Ситуация, когда $U < 0$, $0 > B(\infty) \geq rU$, для машин не наблюдается. Однако она типична, например, для атомных электростанций. Здесь лучший вариант — использовать объект неограниченное время. Да, при этом владелец, начиная с некоторого момента, будет получать отрицательные выгоды (ущерб), но это будет выгоднее, чем единовременно осуществить утилизационные затраты. Подобную ситуацию обычно характеризуют словами «чемодан без ручки» (нести тяжело и неудобно, а выбросить жалко).

Отметим, что формула (2.4), по сути, отражает общее правило выбора оптимального момента утилизации: машину следует утилизировать не по достижении некоторого заранее установленного срока, а тогда, когда приносимые ею за малую единицу времени выгоды достигнут определенного уровня. С этой точки зрения

¹² Так, для ликвидации одной заброшенной скважины на Краснокамском месторождении требуется более 100 млн руб., а таких скважин там более трехсот (<https://ura.news/news/1052590106>).

формула предназначена для принятия оперативных решений об использовании машины. Другое дело, что результаты расчетов по ней могут оказаться достаточно стабильными, и сроки, рассчитанные по этой формуле «вчера», останутся примерно такими же и «сегодня». Это замечание можно отнести к тем моделям, которые мы далее будем рассматривать.

Полученные формулы и многие последующие рассуждения существенно упростятся, если ввести в рассмотрение несколько новых характеристик.

За срок службы машина, как говорят традиционные экономисты, «переносит свою стоимость» на производимый с ее помощью продукт. Однако «переносит» она ее не полностью, поскольку в конце срока службы машина имеет ненулевую УС. «Переносимую» часть стоимости машины, т.е. разность между ее РС и УС, назовем *чистой рыночной стоимостью* машины (чистой РС, ЧРС). В МСФО она именуется *амортизируемой суммой*.

Выше мы показали, что интенсивность выгод, приносимых машиной, которую еще эффективно использовать по назначению, должна быть не меньше упущенной выгоды от ее утилизации за малую единицу времени. На этом основании назовем сумму интенсивности операционных затрат и упущенной выгоды от ее утилизации за малую единицу времени *интенсивностью чистых операционных затрат*, а интенсивность приносимых машиной выгод за вычетом указанной упущенной выгоды – *интенсивностью чистых выгод* (ИЧВ).

«Чистые» характеристики мы будем обозначать теми же символами, что и «обычные», добавляя к ним нижний индекс n . В этих обозначениях будет:

$$V_n(t) = V(t) - U; \quad C_n(t) = C(t) + rU; \quad B_n(t) = pW(t) - C_n(t) = B(t) - rU. \quad (2.5)$$

Чистая РС новой машины при этом составит $K_n = V_n(0) = V(0) - U = K - U$, а ЧРС и ИЧВ машин всегда будут неотрицательными и, в силу (2.4), обращающимися в нуль в конце оптимального срока службы:

$$V_n(T) = 0; \quad B_n(T) = 0. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.3) при этом примет вид:

$$V'_n(t) - rV_n(t) + B_n(t) = 0. \quad (2.7)$$

Формула (2.4) еще не дает решения задачи, поскольку для расчета величины $B_n(T)$ нужно знать рыночную стоимость единицы выполняемых машинами работ p . Для преодоления этой трудности найдем вначале чистые стоимости машин различного возраста.

Поскольку машины в возрасте T или большем имеют утилизационную стоимость, их ЧРС $V_n(t) = 0$ при $t \geq T$. А для $t \leq T$ справедливо уравнение (2.7). Решая его при краевом условии $V_n(T) = 0$, получаем:

$$V_n(t) = \int_t^T B_n(x) e^{-r(x-t)} dx. \quad (2.8)$$

Получим теперь другое, немного более общее представление того же решения. Пусть $t \leq T$. Выберем произвольное $\theta \geq t$. Тогда имеем:

$$\int_t^\theta B_n(x) e^{-r(x-t)} dx - \int_t^T B_n(x) e^{-r(x-t)} dx = \int_T^\theta B_n(x) e^{-r(x-t)} dx = - \int_\theta^T B_n(x) e^{-r(x-t)} dx.$$

Но $B_n(x) < 0$ при $x > T$ и $B_n(x) > 0$ при $x < T$. Поэтому правая часть полученного равенства не больше нуля, и обращается в нуль при $\theta = T$. Отсюда и из (2.8) следует, что

$$V_n(t) = \max_{\theta \geq t} \int_t^\theta B_n(x) e^{-r(x-t)} dx, \quad (2.9)$$

причем максимум здесь достигается при $\theta = \max\{t, T\}$.

Если $B(x) > rU$ и $B_n(x) > 0$ при всех x , то максимум в (2.9) достигается при $\theta = \infty$, а оптимальным сроком службы машины будет $T = \infty$. Поэтому здесь

$$V_n(t) = \int_t^\infty B_n(x) e^{-r(x-t)} dx; \quad V(t) = V_n(t) + U = \int_t^\infty B(x) e^{-r(x-t)} dx. \quad (2.10)$$

Разумеется, такая ситуация для реальных машин невозможна, однако формулы (2.10) используются в теоретических целях или для оценки объектов с достаточно большими сроками службы.

Приведем пример использования полученных формул для установления зависимости коэффициентов годности машин от возраста.

Пример 2.1. Примем допущение, что инфляция отсутствует, машина имеет нулевую утилизационную стоимость, рациональный срок ее службы (T) известен, а зависимости операционных затрат и производительности машины от возраста — линейные. В таком случае интенсивность приносимых машиной выгод с возрастом также будет изменяться по линейному закону, а у машин возраста T будет равна нулю. Это означает, что $B(t) = b(T - t)$, где b — некоторая неизвестная пока константа. Тогда из (2.8) найдем РС (здесь она совпадает с ЧРС) машины возраста t :

$$V(t) = V_n(t) = \int_t^T b(T-x) e^{-r(x-t)} dx = \frac{b}{r^2} [r(T-t) - 1 + e^{-r(T-t)}].$$

Отсюда при $t=0$ следует, что $V(0) = \frac{b}{r^2} [rT - 1 + e^{-rT}]$. Разделив $V(t)$ на $V(0)$,

получим выражение для коэффициента годности машины возраста t :

$$k(t) = \frac{V(t)}{V(0)} = \frac{r(T-t) - 1 + e^{-r(T-t)}}{rT - 1 + e^{-rT}}. \quad (2.11)$$

Из формулы (2.10) можно вывести и динамику *ставки обесценения* (экономической амортизации) машины:

$$d(t) = \frac{-V'_n(t)}{V_n(0)} = -k'(t) = r \frac{1 - e^{-r(T-t)}}{rT - 1 + e^{-rT}}.$$

При разных сроках службы T зависимости $k(t)$ и $d(t)$ будут разными. Чтобы сопоставлять их было удобнее, выберем за единицу измерения времени срок службы машины. Такой единице времени отвечает и своя (безразмерная) ставка дисконтирования $\rho = rT$, назовем ее *нормированной*. В типичных ситуациях она лежит в пределах $0 \dots 3$.

В этом случае аргументом указанных функций становится *относительный возраст* — отношение возраста к сроку службы $\tau = t/T$, а соответствующие зависимости принимают вид:

$$k(\tau) = \frac{\rho(1-\tau) - 1 + e^{-\rho(1-\tau)}}{\rho - 1 + e^{-\rho}}; \quad d(\tau) = -k'(\tau) = \rho \frac{1 - e^{-\rho(1-\tau)}}{\rho - 1 + e^{-\rho}}. \quad (2.12)$$

На рис. 2.1-2.2 представлены такие зависимости для разных ставок ρ .

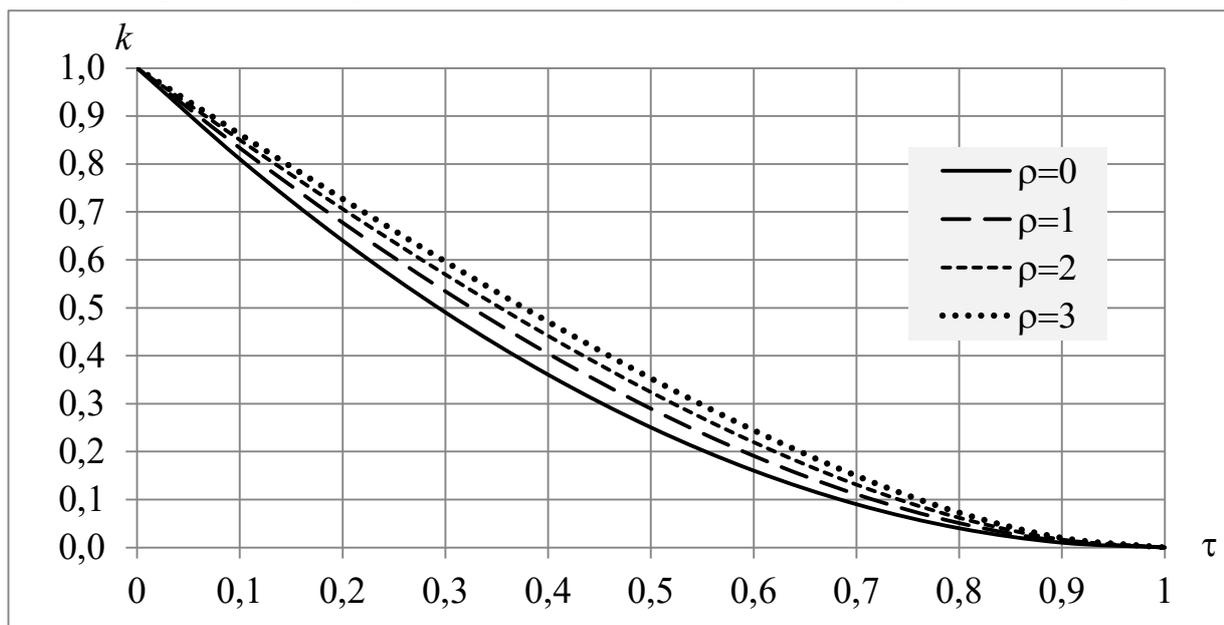


Рис. 2.1. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста при разных нормированных ставках дисконтирования

Из рис. 2.2 видно, что в достаточно широком диапазоне изменения ρ зависимости $k(\tau)$ оказываются достаточно близкими. Это обстоятельство принимается как самостоятельное допущение в некоторых методиках оценки обесценения машин и в справочнике [17].

Существенно, что РС машины зависит от возраста нелинейно, а с увеличением возраста ставка обесценения машины уменьшается до нуля. Такой характер

обесценения вытекает и из других моделей, предложенных для стоимостной оценки машин, его рекомендовано учитывать и в справочнике ФАО ООН [34, с. 62]. В общем же случае динамика обесценения не описывается принятыми в системе финансовой отчетности методами (наиболее близкие значения дает метод суммы чисел).

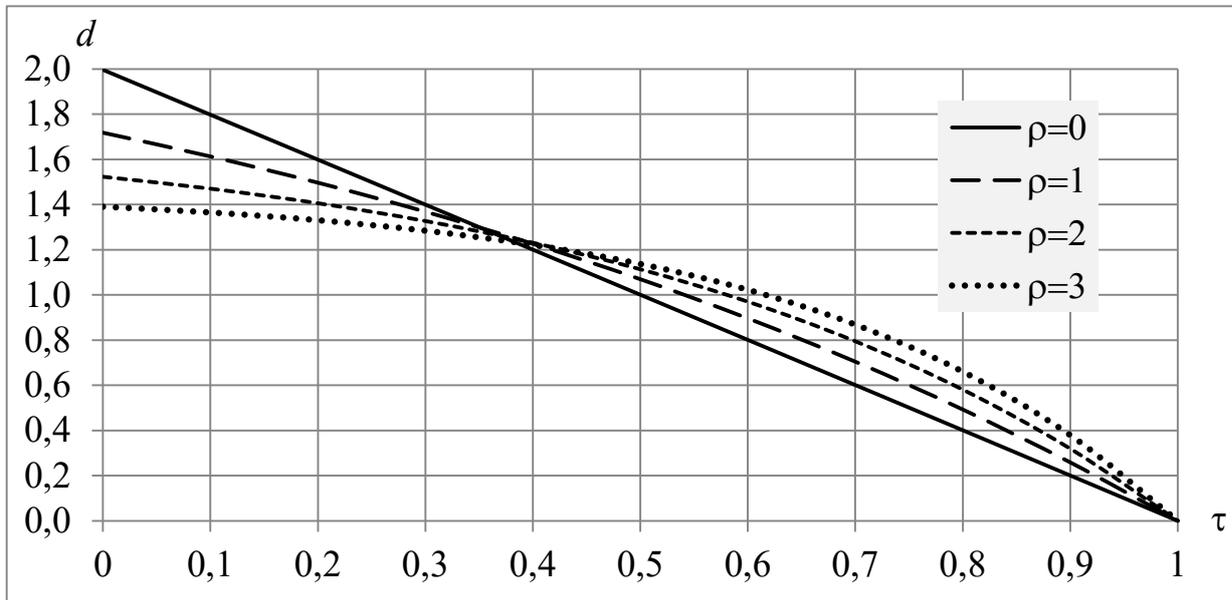


Рис. 2.2. Зависимости ставки обесценения от относительного возраста при разных нормированных ставках дисконтирования

Отметим, что при ненулевой утилизационной стоимости машин U коэффициент годности машины возраста t можно рассчитать по формуле $(1 - u)k(t) + u$, где $u = U/K$ — относительная утилизационная стоимость машин, а $k(t)$ — коэффициент годности, определяемый формулой (2.11). ■

Найдем теперь стоимость единицы выполняемых машинами работ p . В этих целях введем следующие обозначения:

$$W^\Sigma(t, \theta) = \int_t^\theta W(x) e^{-r(x-t)} dx, \quad C_n^\Sigma(t, \theta) = \int_t^\theta C_n(x) e^{-r(x-t)} dx, \quad (2.12)$$

$$Z(\theta) = \frac{K_n + C_n^\Sigma(0, \theta)}{W^\Sigma(0, \theta)}.$$

Заметим, что числитель дроби в этой формуле можно (при указанном выше допущении) назвать суммарными дисконтированными чистыми затратами на приобретение новой машины и ее использование в течение срока службы θ , а знаменатель — суммарным дисконтированным объемом выполненных ею работ за тот же срок. Это позволяет именовать показатель $Z(\theta)$ удельными чистыми дисконтированными затратами (УДЗ).

Воспользуемся теперь формулой (2.9), которую с учетом (2.5), (2.8) и обозначений (2.12) можно представить в следующем виде:

$$V_n(t) = \max_{\theta \geq t} \int_t^{\theta} [pW(x) - C_n(x)] e^{-r(x-t)} ds = \max_{\theta \geq t} [pW^{\Sigma}(t, \theta) - C_n^{\Sigma}(t, \theta)]. \quad (2.13)$$

При этом, как отмечалось выше, максимум здесь достигается при $\theta = T$.

В таком случае для новой машины (у которой $t = 0$, $V_n(0) = K_n$) из формулы (2.13) вытекает неравенство: $K_n \geq pW^{\Sigma}(0, \theta) - C_n^{\Sigma}(0, \theta)$, которое обращается в равенство при $\theta = T$. Отсюда и из (2.12) получаем, что

$$p = Z(T) = \min_{\theta \geq 0} Z(\theta). \quad (2.14)$$

Мы видим, таким образом, что рыночная стоимость единицы выполняемых машиной работ равна минимальным удельным дисконтированным чистым затратам на их выполнение, отвечающим оптимальному сроку службы машины. Такой метод определения рыночной стоимости выполняемых машиной работ примерно соответствует затратному подходу к оценке (см. раздел 1.4) и согласуется с концепцией маржинального (на основе замыкающих затрат) ценообразования. В то же время при оптимальном сроке службы машины УДЗ $Z(\theta)$ оказывается минимальной, что позволяет трактовать ее как критерий оптимальности срока службы, отвечающий рациональному (ориентированному на стоимость) экономическому поведению владельца машины. Такой критерий отличается от большинства критериев, используемых для той же цели в теории надежности. При несколько иных предположениях он был получен в [30].

Найденная стоимость работ p обладает и другим интересным свойством. Ранее мы установили, что $B_n(T) = 0$ или, что тоже самое, $pW(T) - C_n(T) = 0$. Это означает, что стоимость единицы работ, выполненных машиной в конце своего срока службы, равна чистым операционным затратам на эти работы. Поэтому стоимость работ p равна чистым операционным затратам на последнюю единицу выполненных машиной работ (маржинальным), что также соответствует затратному подходу к оценке:

$$p = C_n(T)/W(T). \quad (2.15)$$

Естественно, что на протяжении всего рационального срока службы чистые операционные затраты будут меньше РС выполненных работ.

Еще одно выражение для p можно получить после подстановки $B(t) = pW(t) - C(t)$ в формулу (2.3) и последующего ее преобразования:

$$pW(t) = C(t) - V'(t) + rV(t), \quad (t < T).$$

Правая часть здесь отражает определенным образом подсчитанные «приведенные затраты» на выполнение работ, включающие операционные затраты, обесценение (экономическую амортизацию) и нормальную прибыль на вложенный в машину капитал. Тем самым, РС единицы работ p отражает «приведенные затраты» на единицу работ.

Для сравнения укажем на существующий порядок установления сметных цен на эксплуатацию строительных машин и механизмов¹³. Здесь выполняемая работа измеряется в машино-часах, а в состав затрат, кроме операционных, включены амортизационные отчисления (исходя из амортизационного срока службы, который обычно существенно меньше среднего). Операционные затраты при этом рассчитываются применительно к «средней» машине. Так, в расчет закладываются среднее время работы машины в течение года, средние коэффициенты использования двигателя по времени и по мощности, средние расходы топлива за час работы, среднегодовые затраты на ТОиР и т.д.

Естественно, что при нормальной эксплуатации машины фактические расходы в последнем году ее службы (подсчитанные по правилам бухгалтерского учета) оказываются выше сметных, и владелец машины обнаружит, что ее эксплуатация убыточна. Правда в сметных ценах на механизированные строительномонтажные работы дополнительно учитывается и сметная прибыль, однако соответствующие нормативы¹⁴ не увязаны со стоимостью машины. Поэтому тот срок, на протяжении которого эксплуатация машины приносит прибыль, может не совпадать с оптимальным.

Теперь, имея возможность, оценивать стоимость выполняемых машиной работ, мы можем дать стоимостную оценку машине любого возраста. Для этого используем формулу (2.13), подставив туда $\theta = T$:

$$V_n(t) = pW^\Sigma(t, T) - C_n^\Sigma(t, T).$$

Отсюда, учитывая равенства (2.14) и (2.12), находим:

$$V_n(t) = K_n \frac{W^\Sigma(t, T)}{W^\Sigma(0, T)} - \left[C_n^\Sigma(t, T) - C_n^\Sigma(0, T) \frac{W^\Sigma(t, T)}{W^\Sigma(0, T)} \right]. \quad (2.16)$$

¹³ Методика определения сметных цен на эксплуатацию машин и механизмов. Утв. приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 13 декабря 2021 г. № 916/пр.

¹⁴ Методика по разработке и применению нормативов сметной прибыли при определении сметной стоимости строительства, реконструкции, капитального ремонта, сноса объектов капитального строительства. Утв. приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства РФ от 11 декабря 2020 г. № 774/пр.

Входящая сюда дробь $W^\Sigma(t, T)/W^\Sigma(0, T)$ отражает изменение совокупной производительности машины возраста t при ее предстоящем использовании по сравнению с новой машиной. Это позволяет дать следующую трактовку полученной формуле: чистая стоимость подержанной машины равна чистой стоимости ее нового аналога, скорректированной на изменение ее предстоящей производительности, за вычетом соответствующей экономии чистых операционных затрат с учетом аналогичной корректировки.

Как видим, эта формула отвечает сравнительному, а не доходному подходу, поскольку здесь стоимость аналога (она же — затраты на его приобретение) корректируется на различия в технико-экономических показателях оцениваемой подержанной машины и её нового аналога.

Расчеты по полученным выше формулам можно несколько упростить. Обычно значительную часть операционных затрат составляют условно-переменные, зависящие от объема выполненных работ и не зависящие от технического состояния машины. Допустим, что у рассматриваемых машин на дату оценки такие затраты в расчете на единицу объема работ составляют c_v . Интенсивность прочих чистых операционных затрат для машины возраста t обозначим через $C_{n0}(t)$. Тогда $C_n(t) = C_{n0}(t) + c_v W(t)$, и, в силу (2.5), интенсивность чистых выгод, приносимых этой машиной, можно представить формулой:

$$B_n(t) = pW(t) - C_n(t) = pW(t) - c_v W(t) - C_{n0}(t) = (p - c_v)W(t) - C_{n0}(t).$$

Соответственно, в последующих формулах (2.12)-(2.16) становится возможным заменить $C_n(t)$ на $C_{n0}(t)$, а стоимость единицы работ p — на разность $p - c_v$. Это позволяет вообще не учитывать условно-переменные затраты как при нахождении оптимального срока службы, так и при оценке стоимости подержанной машины по данным о РС ее нового аналога по формуле (2.16). В то же время постоянные затраты, а тем более — затраты, зависящие от состояния машины, учитывать необходимо обязательно.

Полученное решение задачи требует нескольких важных комментариев.

1. Мы нашли *оптимальный* срок службы машин и РС выполняемых ими работ. Однако осталось неясным, по какому конкретно **критерию** найденное решение является оптимальным (такой критерий в тексте не указывался). Для ответа на этот вопрос заметим, что оптимальным мы считали тот срок T , которому отвечает наиболее эффективное использование машины. Поэтому, если рассуждать формально, то критерием оптимальности должна быть какая-то *эффективность*. В данном случае срок службы оказывается наиболее эффективным потому, что позволяет получить наибольшие суммарные дисконтированные выгоды от исполь-

зования машины. В известном смысле, это действительно так. Применимость такого критерия для выбора рационального варианта экономического поведения участников рынка обосновывалась давно и с разных позиций (см., к примеру, [22; 35]). В нашем случае, согласно принципу ожидания выгод, величина этого критерия отражает РС машины или, что то же самое, вклад машины в прирост РС владеющего ей предприятия. Таким образом, предприятие, выбирая вариант управления использованием своей машины по этому критерию, по сути, максимизирует свою рыночную стоимость, свою «ценность» в глазах участников рынка. А прирост стоимости предприятия повышает его рыночную капитализацию и привлекательность как объекта инвестирования. Именно по этой причине в последние десятилетия все чаще применяется подход к управлению активами, ориентированный на прирост стоимости предприятия. Такое управление в литературе именуют управлением, основанным на стоимости (Value Based Management). С этих позиций можно считать, что критерием оптимальности в задачах управления использованием машин является прирост рыночной стоимости владеющего ими предприятия.

При этом критерий УДЗ можно рассматривать как частный случай «общего» критерия, имеющий место лишь при определенных условиях.

2. В рассмотренной модели рассматривался процесс использования одной машины определенной марки, причем в конце срока службы машины этот процесс *завершался*. Между тем, в ряде публикаций принято особо рассматривать ситуацию, когда после окончания срока службы машины она *заменяется* новой машиной той же марки и так до бесконечности (процесс последовательного замещения). Оказывается, что найденное решение будет оптимальным и в такой ситуации.

Чтобы в этом убедиться, заметим, что при сделанных предположениях предприятие, приобретая машину, одновременно принимает на себя *обязательство* последовательного замещения ее на новую машину (срок службы при этом предприятие вправе установить самостоятельно). Спрашивается, какова же рыночная стоимость такого обязательства.

Если эта стоимость отрицательна, то предприятию становится невыгодно приобретать машину на соответствующих условиях, ограничивающих его операционную деятельность, — ему становится выгоднее приобрести машину, не обремененную таким обязательством, по той же цене.

Если же эта стоимость положительна, то продавцу становится выгоднее продавать машину по *более высокой* цене, но с условием, что предприятие примет на себя указанное обязательство. Однако это явно не соответствует типичной системе взаимоотношений между участниками рынка, при которой товар продается по *сниженной* цене, если покупатель принимает на себя какое-либо выставленное продав-

цом обязательство (например, осуществлять техническое обслуживание и ремонт газоперекачивающего агрегата силами конкретного сервисного предприятия).

Эти рассуждения показывают, что рассматриваемое обязательство имеет нулевую рыночную стоимость. Поэтому оптимальный для предприятия способ использования машины не зависит от того, приняло ли оно на себя обязательство по последовательному ее замещению или нет.

3. В полученные формулы входят только характеристики машин и ставка дисконтирования, сложившиеся *на дату оценки* (или прогнозируемые на малый период вблизи этой даты). Это позволяет оценивать машины разного возраста и устанавливать срок их службы по фактическим данным о характеристиках машин той же марки, не прибегая к их долгосрочному *прогнозу*. Но тогда найденную нами величину T не вполне правомерно именовать *сроком службы* машин. Она отражает только тот **предельный возраст** (своеобразный аналог «предельного состояния» в теории надежности), по достижении которого *на дату оценки* машину будет целесообразно утилизировать. Если же повторить расчеты по модели на другую дату, предельный возраст может измениться. Так будет, например, если изменится темп роста цен на новые машины данной марки или на металлолом. Да и «обычные» сроки службы, принимаемые для целей бухгалтерского и налогового учета, время от времени пересматриваются.

С той же особенностью связана и трактовка формул (2.5)-(2.9) и корректность используемых при их описании терминов. На первый взгляд, эти формулы вытекают из принципа ожидания выгод в его традиционной трактовке. Например, из формулы (2.7) видно, что стоимость машины не меньше суммы дисконтированных выгод от ее использования по назначению в течение оптимального срока службы (включая и ее утилизационную стоимость в конце периода), а при оптимальном сроке службы — совпадает с этой суммой. Однако входящие в формулы (2.5)-(2.9) характеристики U , $B(x)$ и r относятся только к *дате оценки*, а не к *последующему периоду*. К тому же, значение $B(x)$ отражает ИВ не *оцениваемой* машины через время $t-x$ после даты оценки, а *другой* машины возраста x на дату оценки. Да и множители $e^{-r(x-t)}$ здесь выступают в роли коэффициентов «приведения» результатов и затрат машины возраста t к возрасту x , а не коэффициентов дисконтирования. При этом стоимость машины отражает сумму «приведенных» выгод, приносимых машинами разного возраста на одну и ту же дату¹⁵ (включая и выгоды от

¹⁵ Здесь напрашивается аналогия с эргодическими системами: среднее значение характеристики такой системы по *времени* совпадает с ее средним значением по возможным *состояниям* системы в начальный момент времени. Это позволяет называть подобные модели оценки, в которых стоимость объекта оценивается на основе стоимостей (на ту же дату) аналогичных объектов, можно назвать *эргодическими*.

утилизации). Не вполне правомерно и именовать показатели (2.9) суммарными дисконтированными объемами выполняемых машиной работ и затратами на ее использование по назначению, как это было сделано выше.

В то же время традиционная трактовка формул (2.5)-(2.9) и традиционная устоявшаяся терминология будут оправданными, если принять **допущение** о групповом характере инфляции в течение неограниченного периода (или, по крайней мере, до окончания оптимального срока службы у машины, введенной в эксплуатацию на дату оценки). Между тем, во множестве публикаций по данной проблеме, как и в стандартах оценки, такое допущение обычно не делается, а нередко молчаливо принимается, что инфляция вообще отсутствует. В подобных ситуациях говорить о сроке службы машины или о суммарных дисконтированных затратах на ее использование по назначению вполне правомерно. Поэтому, чтобы не усложнять изложение, мы сохраним устоявшуюся терминологию, пусть и недостаточно корректную.

4. Зависимости $W(t)$ и $C(t)$ основных характеристик машины от возраста, строго говоря, зависят еще и от условий эксплуатации машины. Построенная модель применима и в этой ситуации. В результате мы получаем, что при изменении условий эксплуатации будут изменяться и стоимость единицы работы машины¹⁶, и срок ее службы и динамика коэффициентов ее годности.

5. Разумеется, приводимые в данном разделе критерии и формулы для установления оптимальных сроков службы и оценки рыночной стоимости машин не могут рассматриваться как *новые* научные результаты. По существу, они отражают результаты исследований, проводившихся в СССР во второй половине прошлого века, в том числе в рамках разработки системы оптимального функционирования экономики (СОФЭ) в ЦЭМИ АН СССР. К этому же направлению относится и формула (2.16), которую можно рассматривать как одно из обобщений формулы Д.С. Львова, использовавшейся в свое время при оценке эффективности новой техники и установлении цен на новую машиностроительную продукцию. Остановимся на этом немного подробнее.

В тридцатых-сороковых годах прошлого века были опубликованы работы Л.В. Канторовича и А.Л. Лурье, явившиеся исходной базой последующих исследований проблем оптимизации управления народным хозяйством, широким фронтом развернувшиеся в СССР в 1960-х гг. Одна из таких проблем связана с оценкой эффективности новой техники и капитальных вложений. Занимаясь этой проблемой,

¹⁶ Это вполне логично — например, работы, выполняемые в более тяжелых условиях, обычно имеют и более высокую рыночную стоимость. Данное обстоятельство частично учтено и в сметных ценах на строительно-монтажные работы.

Д.С. Львов ещё в 1969 г. предложил метод оценки эффективности новой техники [36]. В частности, эффект применения новой машины предлагалось определять по формуле, которую в наших обозначениях можно записать так:

$$\mathcal{E} = V_0 \cdot \frac{W}{W_0} \cdot \frac{1 - e^{-rT}}{1 - e^{-rT_0}} + \frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot \left[C_0 \cdot \frac{W}{W_0} - C \right] - V,$$

где V , W , C — стоимость, производительность и интенсивность операционных затрат новой машины, V_0 , W_0 , C_0 — аналогичные показатели базисной (аналогичной) машины.

Позднее эта формула (применительно к дискретному изменению времени) стала формулой (4) в официально утверждённой в 1977 г. методике [37] оценки эффективности новой техники. По сути, эта методика стала частью общей системы управления научно-техническим прогрессом. На ее основе было разработано свыше сотни аналогичных отраслевых методик, учитывающих особенности соответствующих видов техники. В результате предприятия страны получили относительно простые и экономически обоснованные инструменты, позволяющие не только оценивать эффективность новой техники, но и планировать ее производство и применение, материально стимулировать изобретателей, рационализаторов и других участников научно-технических мероприятий. В какой-то мере это заставляло производителей новой техники «повернуться лицом» к потребителям. К тому же сама «технология» расчётов эффективности заставляла внедряющие предприятия оценивать влияние новой техники на объёмы производства и отдельные статьи текущих и капитальных затрат.

Естественно, что в условиях не слишком высокой экономической грамотности административно-управленческого персонала и отсутствия помашинного учёта затрат и результатов в методике не удалось отразить влияние факторов деградации (физического изнашивания), но это обычно не приводило к серьезным ошибкам. Гораздо важнее, что в методике был сделан важный шаг к рыночной экономике — там разделялись народнохозяйственный и хозрасчётный эффекты новой техники или, говоря современным языком, эффекты её для общества и для конкретных предприятий, производящих и применяющих новую технику. Это, по сути, было признанием наличия у отдельных предприятий своих собственных целей и интересов, которые в общем случае могли не совпадать с государственными, что отражало начало перехода к рыночным отношениям в экономике «через хозрасчёт». Указанные идеи позднее были существенно развиты и положены в основу утверждённых в 1988 году Методических рекомендаций по комплексной оценке эффективности мероприятий, направленных на ускорение научно-технического прогресса [38].

Конечно, в методике [37] учитывались различия в сроках службы новой техники и её аналога. Однако оставалось неясным, как установить рациональные такие сроки. Различные методы решения этой задачи в 60-х годах прошлого века предложили С.Е. Канторер, Р.Н. Колегаев, Д.С. Львов, В.В. Новожилов и многие другие специалисты. Некоторые из этих методов, основанные на теории оптимального управления экономикой, были одобрены Госпланом СССР и практически использованы при подготовке норм амортизационных отчислений. Нельзя не отметить, что многие из полученных в то время результатов не утратили своего значения и сегодня.

Еще одна группа специалистов, среди которых нельзя не отметить Н.Я. Петракова, вела исследования в области совершенствования ценообразования. Понятно, что система цен в советской экономике была перекошенной и далеко не рыночной, но не менее ясно, что её нельзя было изменить в одночасье. В такой ситуации проводимые работы имели целью возможно более правильное установление цен на *новую* продукцию, сближение их с, говоря современным языком, равновесными, рыночными. При этом были введены такие понятия, как нижний и верхний пределы цены новой машиностроительной продукции. Нижний предел цены определялся как так называемые приведенные затраты на производство продукции — это, по сути, оценка рыночной стоимости продукции с применением затратного подхода. Верхний же предел цены отвечал доходному подходу к оценке рыночной стоимости, и определялся, по существу, из условия равенства удельных приведенных затрат на производство продукции с помощью новой техники и её аналога — базовой техники (формулы (7.2) и (7.4) книги [36]). В этом случае эффект от приобретения и применения новой техники становился нулевым, что обеспечивало «равновыгодность» производства продукции с использованием новой и базисной техники. В то же время сама цена верхнего предела новой техники (V) оказывалась равной цене базисной техники (V_0), скорректированной на различия в производительности и сроке службы и увеличенной на суммарную (дисконтированную) экономию операционных затрат:

$$V = V_0 \cdot \frac{W}{W_0} \cdot \frac{1 - e^{-rT}}{1 - e^{-rT_0}} + \frac{1 - e^{-rT}}{r} \cdot \left[C_0 \cdot \frac{W}{W_0} - C \right].$$

При определённых условиях такая формула определения цены новой техники оказывается вполне корректной. Позднее она была уточнена и развита в Рекомендациях [38]. Нетрудно убедиться, что формула (2.16) является одним из ее возможных обобщений, учитывающим как деградацию машины в процессе ее эксплуатации, так и ее утилизационную стоимость.

Важно отметить, что соответствующие предложения были позитивно восприняты в советской системе ценообразования и, по существу, положены в основу официально утверждённой методики определения оптовых цен на новую продукцию [39]. Конечно, перестроить систему планового ценообразования и приспособить её к развивающемуся в стране хозрасчёту (т.е. рыночным отношениям) таким способом не удалось. Однако практическое применение указанных методик позволяло хотя бы немного уменьшить ценовые перекосы в народном хозяйстве, обеспечить ценовое стимулирование научно-технического прогресса, учитывая при этом наличие самостоятельных экономических интересов у производителей и потребителей новой продукции.

К сожалению, приходится признать, что значительная часть работ советской экономико-математической школы пока ещё не попала в «поле зрения» российских оценщиков. Между тем, в основе используемых ими подходов и методов лежат и результаты, полученные в советское время, а математический язык, на котором эти результаты изложены, адекватен и сегодняшним реалиям.

2.2. Оптимизация ресурса машины

В этом разделе мы продолжаем рассматривать неремонтируемые машины, но их состояние будем характеризовать не возрастом, а наработкой, как это принято в теории надежности. Согласно [7], наработка может измеряться либо временем работы машины (обычно ее выражают в часах), либо объемом выполненных работ с начала эксплуатации. Далее мы будем под наработкой понимать отработанное время. Соответственно, процесс деградации машины, все ее операционные характеристики машины и ее РС на дату оценки мы связываем с ее наработкой.

Основными характеристиками машины с наработкой s (в состоянии s) мы, как и раньше, считаем ее РС $V(s)$, производительность $W(s)$ и интенсивность операционных затрат $C(s)$. При этом определять производительность мы будем иначе. Поскольку машина работает не все календарное время, удобно рассматривать ее *техническую* производительность, т.е. объем работ, выполняемых за единицу *наработки*. Разумеется, она зависит от состояния машины, поэтому для машины с наработкой s (в состоянии s) мы будем обозначать ее через $W(s)$. Далее, использование машины по назначению требует осуществления затрат не только в период работы, но и при выполнении ТО и во время простоя. Поэтому здесь интенсивность операционных затрат будет, как и раньше, отражать общую сумму таких затрат за малую единицу времени. Для машины в состоянии s мы будем обозначать ее че-

рез $C(s)$. Функции $V(s)$ и $W(s)$ мы, как и раньше, считаем убывающими, а $C(s)$ — возрастающей.

Предельная наработка машины, по достижении которой она подлежит утилизации, называется *ресурсом* [7]. Для некоторых машин (например, авиационных двигателей) ресурс назначается изготовителем, для других — может устанавливаться владельцем. Мы будем искать оптимальное значение ресурса S для рассматриваемых машин.

В отличие от предыдущего раздела, мы будем учитывать, что даже при использовании машины по назначению она работает не все календарное время. При этом в каждом интервале календарного времени (времени использования машины) мы выделяем время работы, время ТО и время простоя (в выходные и праздничные дни, по организационным причинам, а для строительных машин — в связи с перебазировками их на другое место). Обычно простои составляют определенную, не зависящую от состояния машины, долю δ от календарного времени, зависящую от режима работы предприятия и условий работы. Однако с ухудшением состояния машины на каждый час наработки приходится все больше часов ТО (некоторые нормы периодичности ТОиР приближенно учитывают необходимость более частого проведения ТО машин с большой наработкой). Это обстоятельство можно учесть с помощью следующей упрощенной модели.

Рассмотрим машину с наработкой s (в состоянии s). Будем считать, что на каждую единицу времени ее работы приходится $h(s)$ единиц времени пребывания ее в ТО, где функция $h(s)$ с ростом s возрастает. Тогда в малом отрезке календарного времени dt время простоя машины составляет δdt , остальное время $(1 - \delta)dt$ распределяется между работой и прохождением ТО в соотношении $1 : h(s)$. Поэтому время работы в этом периоде (наработка за период) ds здесь будет составлять $ds = (1 - \delta)dt / [1 + h(s)] = dt / g(s)$, где $g(s) = dt / ds = [1 + h(s)] / (1 - \delta)$ — календарное время, приходящееся на единицу наработки, величина, обратная к коэффициенту использования машины по времени, причем функция $g(s)$ — убывающая.

Стоимость единицы выполняемых машиной работ, как и раньше, обозначим через p . Выгоды, приносимые рассматриваемой машиной на дату оценки за малое время dt , в этих обозначениях составят $pW(s)ds - C(s)dt = B(s)ds$, где

$$B(s) = pW(s) - C(s)g(s). \quad (2.17)$$

Заметим, что эту машину можно либо утилизировать, что принесет выгоды U , либо использовать по назначению в течение малого периода времени dt . В последнем случае за этот период она принесет выгоды в сумме $B(s)ds$ и в конце периода будет иметь наработку с начала эксплуатации $s + ds$ (т.е. окажется в состоя-

нии $s + ds$). Поэтому ее РС с учетом инфляции составит $(1 + idt)V(s + ds)$. Применив теперь принцип ожидания выгод, мы получим:

$$\begin{aligned} V(s) &\approx \max \{U; B(s)ds + (1 - r_n dt)(1 + idt)V(s + ds)\} \approx \\ &\approx \max \{U; B(s)ds + [1 - rg(s)ds]V(s + ds)\}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Обратим внимание, что соотношения (2.17)-(2.18) имеют тот же вид, что и (2.1)-(2.2), только роль времени играет наработка, а роль входящей в (2.2) ставки дисконтирования r играет зависящая от состояния машины величина $rg(s)$. Экономический смысл ее тот же — за период, в котором наработка машины увеличивается на ds , альтернативные вложения дают доход $rg(s)ds$.

Нетрудно убедиться, что после замены ставки дисконтирования на $rg(s)$ все остальные рассуждения, проведенные в разделе 2.1, теперь можно повторить практически без изменения. В частности, оказывается, что ресурс (предельная наработка) машин S должен быть единственным корнем уравнения, аналогичного (2.4): $B(S) = rg(S)U$, и придется заменить «обычные» коэффициенты приведения $e^{-r(x-t)}$ в формулах (2.8)-(2.9) на определяемые по формуле (1.1) коэффициенты $\alpha(x) = e^{-\int_t^x rg(y)dy}$. Как видим, в этой ситуации оказалось удобным применить метод учета нестабильности ставки дисконтирования, от которого обычно отказываются.

2.3. Эффективный возраст машины

В предыдущих разделах мы рассмотрели две сравнительно простые задачи оптимизации использования машин, причем при сильно упрощенных предположениях и допущениях. В частности, предполагалось, что все машины работают в одних и тех же условиях. Но каким окажется оптимальное решение, если эти условия изменятся? Далее мы увидим, что попытка ответить на этот вопрос приводит к важной и не решенной проблеме, относящейся как к теории стоимостной оценки, так и к теории надежности.

В разделе 2.1 мы видели, что оптимальный срок службы существенно зависит от динамики ее производительности $W(t)$ и интенсивности операционных затрат $C(t)$. В литературе приводится много подобных зависимостей, построенных разными авторами в разных странах для разных марок машин. Важно, однако, что такие зависимости строились по данным за 1-3 года о небольшом количестве машин одной или нескольких сходных марок, работающих в определенных условиях. Поэтому результаты разных авторов оказываются несопоставимыми и не позволяют установить какие-то обобщающие характеристики машин одного вида, напри-

мер, темпы снижения производительности у экскаваторов или металлорежущих станков или темпы роста годовых операционных затрат у бульдозеров или насосов. Более того, даже у машин одного вида, но разных марок такие зависимости оказываются разными.

В чем же дело? Представляется, что причины таких различий кроются не в малых объемах выборки и не в ошибках статистической обработки результатов наблюдений, а в том, что динамика операционных характеристик машины зависит от условий ее эксплуатации. Другими словами, состояние машины не в полной мере характеризуется ее возрастом/наработкой, необходимо дополнительно учитывать и условия ее эксплуатации. Общий способ такого учета, по сути, был впервые предложен в 1940-х гг. для оценки износа зданий. Это способ основан на том, что большинство оцениваемых объектов используются «нормально», в типичных для рынка условиях. Обобщая результаты таких оценок, можно установить и «нормальную» динамику изменения технического состояния и стоимости объектов с возрастом (точнее — зависимость коэффициентов их годности или обесценения от возраста). Если оценщик конкретного объекта владеет такой информацией и выяснил техническое состояние оцениваемого объекта, то он может экспертно оценить, за какой срок «нормально эксплуатировавшийся» его новый аналог окажется в таком же техническом состоянии (а, следовательно, будет иметь такой же процент годности/обесценения). Такой срок был назван **эффективным возрастом (ЭВ)** оцениваемого объекта.

Вначале эффективный возраст объектов оценивали экспертно, потом появились «более формализованные» способы такой оценки. Укажем два таких способа, рекомендуемых для применения оценщиками. Первый из них «обращен в будущее», второй — «обращен в прошлое».

Метод прогноза сроков службы. ЭВ объекта находится как разность между (полным) сроком службы аналогичных объектов и остаточным сроком службы оцениваемого объекта [14]. Применительно к машинам такой способ предполагает, что оценщик располагает информацией о сроках службы машин той же марки и может экспертно оценить оставшийся срок службы оцениваемой машины. На практике данный метод практически не используется, поскольку фактические сроки службы машин случайные (хотя бы из-за случайных отказов), а оценщики обычно не являются специалистами в области оценки остаточных сроков службы машин, тем более экономически рациональных.

Метод корректировки хронологического возраста. ЭВ объекта рассчитывается путем умножения его (хронологического) возраста на коэффициент h , учитывающий условия эксплуатации объекта. Типичным условиям эксплуатации

при этом отвечает $h = 1$. Поэтому, если объект эксплуатируется в условиях, которым отвечает, скажем, $h = 2$, то эффективный возраст объекта будет в 2 раза больше хронологического, а срок службы вдвое меньше, чем у объектов, используемых в типичных условиях. Грубо говоря, подобный коэффициент h показывает, во сколько раз быстрее «протекает процесс физического изнашивания» машины в этих условиях по сравнению с типичными. Поэтому здесь влияние возраста на характеристики машины будет описываться функциями $W(ht)$ и $C(ht)$, где $W(t)$ и $C(t)$ — аналогичные функции для типичных условий.

Для установления коэффициента условий эксплуатации предлагалось использовать имеющуюся информацию о сроках службы и периодичности ТОиР машин, работающих в разных условиях.

Так, нормативным документом Республики Беларусь [40] установлены нормативные сроки службы основных средств. Для некоторых видов машин сроки дифференцированы в зависимости от условий эксплуатации. Например, особые сроки (или коэффициенты к «типичным» срокам) установлены для:

- оборудования лесохимической промышленности, аппаратов колонных и аппаратов с мешалками для производства пластмасс, работающих в агрессивной среде;
- экскаваторов одноковшовых с ковшом емкостью от 3 до 13 м³ при использовании для добычи угля;
- машин и оборудования для подземных горных работ при использовании для добычи кварца;
- бульдозеров на базе тракторов мощностью двигателя более 180 л.с. при использовании на открытых горных разработках, в гидротехническом, водохозяйственном и транспортном строительстве, а также при сооружении магистральных трубопроводов;
- машин трелевочных, сучкорезных, валочных и трелевочных тракторов, работающих в две смены;
- станций малярных, пескоструйных аппаратов, цемент-пушек, мешалок для красочных составов, работающих в две смены и работающих в три смены.

Обычно при рациональном техническом обслуживании машин они проходят за срок службы не более двух КР. Однако периодичность таких ремонтов, а стало быть, и сроки их службы, зависит от условий эксплуатации машин. Это учтено и в справочнике [41], где приведена рекомендуемая периодичность КР для многих видов машин и оборудования. К примеру, там указана сокращенная продолжительность межремонтного цикла для:

- тепловозов 2ТЭ10Л, ТЭ10, ТЭЗ, ТЭМ1, ТЭМ2, ТГМ 6А, ТГМ4.ТГМ4А, работающих в тяжелых условиях эксплуатации;
- электрических машин, работающих в тяжелых условиях (горячие, химические, гальванические и т.п. цеха);
- центробежных насосов, используемых для перекачки горячей воды, агрессивных вод и бензина, химически активных жидкостей и кислот.

Требуемые коэффициенты при этом находятся как отношения сокращенной и «нормальной» продолжительности межремонтного цикла.

Значения коэффициентов условий эксплуатации предлагаются и отдельными специалистами. Так, в учебнике [14] предлагается учитывать условия эксплуатации машин промышленного назначения, применяя корректирующие коэффициенты:

$K_1 = 0,6, 1,0$ или $1,4$ при работе соответственно в одну, две или три смены;

$K_2 = 1,4, 1,0, 0,7$ и $0,5$ при работе соответственно в основном производстве массового типа, основном производстве серийного типа, основном производстве единичного типа и во вспомогательном производстве.

Определение ЭВ с помощью коэффициентов условий работы широко распространено, и далее в одной из моделей мы его используем. В то же время важно отметить, что понятие ЭВ может толковаться по-разному.

В задачах стоимостной оценки ЭВ определяет стоимость машины, тогда как при решении задач теории надежности аналогичный показатель ЭВ (в ряде работ его именуют виртуальным возрастом) определяет состояние машины и ее основные характеристики, например, опасность отказа. Между тем, хотелось бы, чтобы показатель ЭВ определял однозначно и стоимость машины и ее основные характеристики для любых условий работы, для новой машины равнялся нулю, а для типичных условий совпадал с (хронологическим) возрастом.

Оказывается, такого показателя не существует. Докажем это, считая, для упрощения изложения, что инфляция отсутствует, а утилизационная стоимость машин нулевая.

Рассмотрим две машины одной марки, одна из которых все время работает в типичных условиях, а другая — в каких-то иных, особых условиях. Назовем их соответственно типичной и особой. Допустим, что возрасту t особой машины отвечает ЭВ $= f(t)$, причем $f(0) = 0$. Сроки службы типичной (T) и особой машины (S) при этом будут связаны соотношением: $f(S) = T$. Тогда стоимость типичной машины возраста t составит $V(t)$, а стоимость особой машины того же возраста — $V(f(t))$.

Между тем, для таких характеристик машин, как производительность и интенсивности операционных затрат и выгод, ситуация несколько иная, поскольку они относятся к малой единице хронологического, а не эффективного времени.

Пусть $W(t)$ — производительность типичной машины возраста t . Возьмем особую машину возраста t на дату оценки, отработавшую малый период времени dt , в конце которого ее возраст составил $t+dt$, а ЭВ — $f(t+dt)$. Ее стоимости в начале и в конце периода составляют соответственно $V(f(t))$ и $V(f(t+dt))$. Но точно такие же стоимости будут у типичной машины возраста $f(t)$, проработавшей время $f(t+dt) - f(t) = f'(t)dt$. За это время она выполнит объем работ $W(f(t))f'(t)dt$. В то же время особая машина, которая на дату оценки должна была бы иметь производительность $W(f(t))$, за время dt выполнит объем работ $W(f(t))dt$. Как видим, результаты работы обеих машин будут одинаковыми, только если $f'(t)=1$ при всех t . Решением этого уравнения при условии $f(0) = 0$ будет $f(t)=t$. Это означает, что различия в условиях эксплуатации никак не влияют на зависимости производительности машины от возраста, чего не может быть. Аналогичная ситуация имеет место и в отношении операционных затрат. ■

Из изложенного вытекает, что при решении задач управления использованием машин вводить показатель ЭВ для учета влияния условий их работы можно двумя способами, ориентируясь либо на их стоимость, либо на основные характеристики. Рассмотрим подробнее оба способа.

ЭВ, определяющий характеристики машины. Здесь основные операционные характеристики машины, в каких бы условиях она ни работала, считаются функциями от ЭВ. При этом каждому j -му из условий работы отвечает своя зависимость ЭВ от возраста $ЭВ = e_j(t)$, которая может быть и прямо пропорциональной: $e_j(t) = h_j t$.

Примерно такой способ используют в задачах теории надежности, связывая, например, опасность отказа машины с ее ЭВ.

К сожалению, с применением этого способа связаны серьезные проблемы.

Начнем с того, что здесь у машины возраста t , работающей в условиях j , и машины возраста $e_j(t)$, работающей в типичных условиях, все операционные характеристики будут идентичны. Между тем, совсем не очевидно, что такие машины, имеющие равную производительность, будут требовать одних и тех же операционных затрат или иметь одну и ту же опасность отказа. Во всяком случае, это требует какой-то экспериментальной проверки, а такого рода проверок пока не производилось.

Далее, при этом способе ЭВ уже не будет однозначно определять стоимость машины, а в разных условиях работы зависимости стоимости машины от ЭВ окажутся разными.

Наконец, если машина может работать в разных условиях, то нередко владельцы могут изменять эти условия, «перемещая» машину из одних условий в другие. Так, владелец предприятия может изменить режим его работы (скажем, в связи с увеличением спроса), и тогда станок, работавший все время в одну смену, начнет работать в три смены. Как в этом случае определять ЭВ, неясно, поскольку теперь состояние станка будет зависеть не только от его возраста, но и от того, сколько времени он работал в три смены. В общем же случае, если со временем условия эксплуатации машины могут меняться, окажется, что ее ЭВ будет определяться всей историей эксплуатации машины, а решение задач управления использованием машины при введении показателя ЭВ не облегчится.

В [42] убедительно показано, что использование показателя эффективного (виртуального) возраста неадекватно объясняет динамику надежности ряда реальных технических систем (например, многокомпонентных или способных переключаться на разные режимы работы).

Отметим, что имеется большая литература, посвященная изучению зависимости от времени (наработки) технических характеристик объектов, работающих в определенных условиях. В то же время остается неясным, что происходит с этими зависимостями при управляемом «перемещении» объекта из одних условий в другие (как «склеиваются» зависимости, относящиеся к разным условиям работы) – подобные вопросы в технической литературе не рассматриваются.

ЭВ, определяющий стоимость машины. Показатель ЭВ, в принципе, можно определить так, чтобы у машин с одинаковым ЭВ, работающих в разных условиях, совпадали стоимости и коэффициенты годности. Действительно, пусть машины данной марки могут работать в нескольких условиях эксплуатации, и каждому j -му из них отвечает своя зависимость коэффициента годности от возраста $k_j(t)$. Поскольку все функции $y = k_j(t)$ убывающие, то обратные функции, обозначим их $t = q_j(y)$, тоже будут убывающими. Примем, что типичным условиям отвечает порядковый номер $j = 1$. Тогда ЭВ для машин, работающих в условиях j , можно определить формулой $\text{ЭВ} = q_1(k_j(t))$, и эта зависимость может и не сводиться к прямой пропорциональности. Графически это отражено на рис. 2.3.

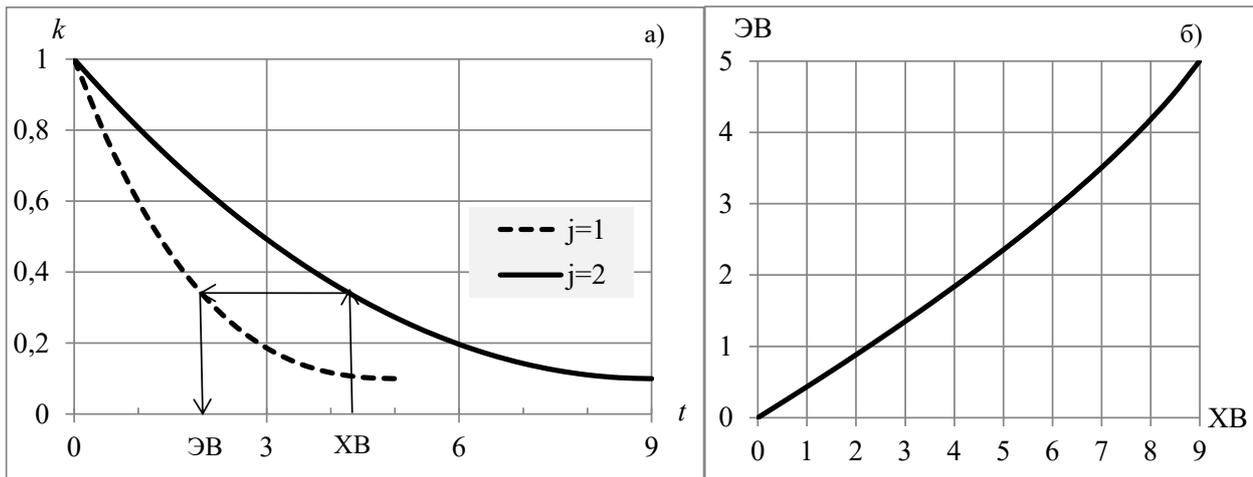


Рис. 2.3. Схема определения ЭВ для машин, работающих в разных условиях (а) и соответствующая зависимость ЭВ от ХВ (б)

Здесь приведены зависимости коэффициента годности машины (k) от возраста (t) для двух условий ее работы (типичным условиям отвечает $j = 1$), показано, как на основе хронологического возраста (ХВ) машины определить ее эффективный возраст (ЭВ) применительно ко второму из условий работы, и показана соответствующая зависимость ЭВ от ХВ .

Важно отметить, что при таком определении ЭВ зависимости характеристик машин от ЭВ при разных условиях работы будут различаться.

Зависимости коэффициента годности машин от ЭВ строились многими авторами. Обычно для этого вначале строят регрессионную зависимость стоимости машин от возраста (t), на ее основе рассчитывают зависимость $k(t)$ и, наконец, предлагают использовать ее, заменяя хронологический возраст (t) на эффективный (ЭВ). Тем самым, неявно подразумевается, что основная масса представленных на рынке подержанных машин работала в типичных условиях. Однако подобное допущение некорректно.

Можно согласиться с тем, что основная масса представленных на рынке подержанных машин работала в типичных условиях, но к машинам сравнительно большого возраста это уже не относится. Действительно, часть продаваемых машин работала в более легких, а примерно такая же часть в более тяжелых (по сравнению с типичными) условиях. У первой группы машин сроки службы больше средних, а у второй меньше. Поэтому среди машин небольшого возраста тех и других будет примерно поровну, но с увеличением возраста доля машин первой группы будет возрастать. В результате «начало» построенной зависимости коэффициента годности от возраста будет относиться к «средним», типичным условиям работы, а «хвост» ее только к машинам первой группы. Если же применять эту зави-

симось, используя эффективный возраст вместо хронологического, то ни «начало», ни «хвост» ее уже не будут относиться к машинам первой группы.

2.4. Оптимальный выбор способа эксплуатации машины

До сих пор предполагалось, что каждая машина может выполнять работу единственным способом. Именно к такому способу ее эксплуатации относились и основные характеристики машины — производительность, интенсивность операционных затрат и интенсивность отказов. Между тем, одна и та же работа может выполняться различными способами или в различных условиях. Приведем два примера.

1. Регулярно перевозить грузы из пункта А в пункт Б автомобилями можно по двум маршрутам. Один из них — по автомагистрали, где часто возникают «пробки». Второй маршрут — по незагруженной грунтовой дороге, но более длинный.

2. Для получения требуемого результата обработать поверхность на фрезерном станке можно при разных режимах резания. Эти режимы отличаются временем на обработку детали, затратами на эту операцию, нагрузками на узлы и механизмы станка и темпами физического изнашивания станка. Поэтому у одинаковых станков, обрабатывающих одинаковые детали при разных режимах, динамика операционных характеристик и, возможно, даже сроки службы будут различаться.

Логичным было бы в подобных ситуациях характеризовать состояние машины ее эффективным возрастом, вводя соответствующие коэффициенты условий работы.

Для машин, которые можно эксплуатировать разными способами, естественно поставить вопрос о выборе наилучшего такого способа. Приведем одну из возможных постановок соответствующей задачи для детерминированной ситуации. При этом для упрощения изложения не будем учитывать инфляцию, а утилизационную стоимость машин будем считать нулевой.

Машина может выполнять свою работу разными способами. Известен перечень возможных таких способов. Предполагается, что физическое изнашивание (деградация) машины при любом способе выполнения работ протекает *одинаково* и поэтому состояние машины определяется только ее возрастом (t), но не историей изменения способов ее эксплуатации. В таком случае стоимость машины будет функцией только от ее возраста $V(t)$. Стоимость новой машины $V(0) = K$ будем считать известной. Каждому сочетанию возраста (t) и порядкового номера способа выполнения работ (j) отвечают ее основные характеристики: производительность $W_j(t)$ и интенсивность операционных затрат $C_j(t)$. Как и раньше, мы считаем, что

функции $W_j(t)$ не возрастают, а функции $C_j(t)$ неограниченно растут с ростом t . Выясним, в каких случаях целесообразно использовать тот или иной способ выполнения работы.

Возьмем машину, имеющую возраст t и стоимость $V(t)$ на дату оценки. Если за малую единицу времени использовать ее способом j , она принесет выгоды в размере

$$B_j(p, t) = pW_j(t) - C_j(t), \quad (2.19)$$

где p — рыночная стоимость единицы выполняемых машиной работ, не зависящая от способа их выполнения.

Если эта машина выполняет работу способом j в течение малого периода времени dt , она принесет выгоды в сумме $B_j(p, t)dt$ и в конце периода будет иметь возраст $t + dt$. Поскольку инфляция отсутствует, стоимость машины в конце периода будет той же, что и у машины возраста $t + dt$ на дату оценки, т.е. $V(t + dt)$, независимо от того способа, которым она использовалась. Естественно, что наиболее эффективно использовать машину таким способом, которому будет отвечать максимальная из интенсивностей выгод $B_j(p, t)$. Обозначим эту максимальную интенсивность через $B(p, t)$, а порядковый номер того способа выполнения работ, которому она отвечает — через $j(p, t)$. Тогда:

$$B(p, t) = \max_j B_j(p, t) = B_{j(p, t)}(p, t). \quad (2.20)$$

Нетрудно убедиться, что функция $B(p, t)$ — неограниченно убывающая по t и, пока она больше нуля, утилизировать машину неэффективно. Поэтому срок службы машины T будет единственным корнем уравнения $B(p, T) = 0$. Теперь можно практически дословно повторить рассуждения раздела 2.1 и получить, что срок службы машин T , стоимости машин разного возраста $V(t)$, стоимость единицы работ p и оптимальный для машины возраста способ использования $j(p, t)$ находятся из условий (2.19), (2.20) и

$$V'(t) - rV(t) + B(t) = 0; \quad V(T) = 0; \quad V(0) = K. \quad (2.21)$$

Рассмотрим частный случай этой модели, в котором производительность машин и интенсивность их операционных затрат являются линейными функциями возраста. Тогда все функции $B_j(p, t)$ будут убывающими линейными функциями от возраста, а $B(p, t)$, как максимум из нескольких таких функций, окажется убывающей и выпуклой вниз. Нетрудно убедиться (см. рис. 2.4), что (при фиксированном p) каждый способ выполнения работ либо никогда не будет оптимальным, либо будет оптимальным только в определенном интервале изменения возраста.

При этом оптимальные способы (на рисунке — способы 1-4) расположатся в порядке уменьшения скоростей снижения интенсивности выгод $|\partial B_j(p,t)/\partial t|$: для машин малого возраста оптимальным будет способ, у которого эта скорость наибольшая, а для совсем старых машин — тот, у которого эта скорость наименьшая. Однако к неоптимальным способам это не относится. Так, у способа 5 на рис. 2.4 скорость снижения интенсивности выгод наибольшая. Зависимость $B(p,t)$, отвечающая оптимальным способам использования некотором фиксированном значении p , показана на рис. 2.4 жирной ломаной линией, выпуклой вниз.

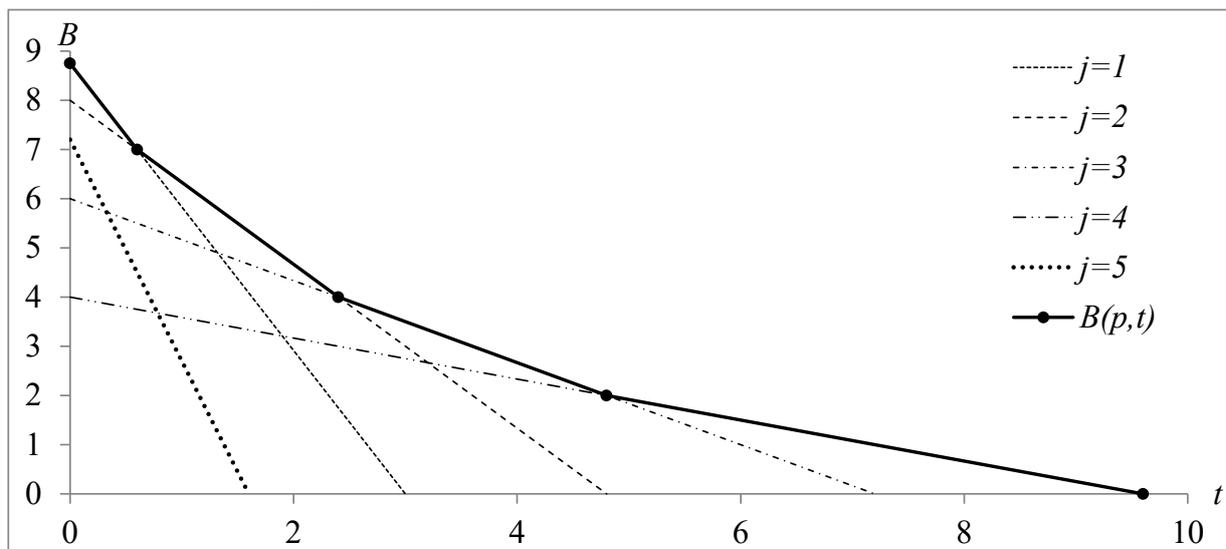


Рис. 2.4. Зависимость оптимального способа использования машин от возраста при некотором фиксированном значении p

Правило (критерий) выбора оптимального способа выполнения работ, по сути, задается равенством (2.20). Но его можно представить и в ином виде.

Для этого введем в рассмотрение характеристику машины, зависящую от ее возраста и способа использования — *удельные (на единицу работ) приведенные затраты (УПЗ)*:

$$z_j(t) = \frac{C_j(t) + rV(t) - V'(t)}{W_j(t)}. \quad (2.22)$$

Подставим теперь (2.19) и (2.20) в (2.21). Мы получим:

$$V'(t) - rV(t) + \max_j [pW_j(t) - C_j(t)] = 0.$$

В таком случае при любом j должно выполняться неравенство

$$0 \geq V'(t) - rV(t) + pW_j(t) - C_j(t) = W_j(t)[p - z_j(t)],$$

которое при оптимальном $j = j(p,t)$ обращается в равенство.

Но это, в свою очередь, означает, что

$$p = \min_j z_j(t), \quad (2.23)$$

причем минимум здесь достигается при оптимальном $j = j(p, t)$.

Мы видим, что при оптимальном способе выполнения работ машиной любого возраста удельные приведенные затраты должны оказаться минимальными и совпасть с РС единицы выполняемых машиной работ. Полученный критерий сходен, но не совпадает с обычно используемым российскими технологами критерием минимальной себестоимости. В отличие от себестоимости единицы работ, в составе затрат в показателе УПЗ учитывается нормальный доход на вложенный в машину капитал, и обесценение машины (вместо амортизации, рассчитываемой по правилам бухгалтерского учета). Близкий показатель приведенных затрат использовался в свое время и в СССР. Правда, при этом амортизация и нормальный доход на вложенный в машину капитал учитывались упрощенно, без учета возраста машин (см. [12, раздел 16.3]). Те же недостатки свойственны и используемому в США и Канаде показателю затрат на машино-час работы машины [43; 44; 45].

В построенной выше модели разным способам выполнения работ отвечала одна и та же «скорость физического изнашивания», один и тот же коэффициент условий эксплуатации (см. раздел 2.4). Между тем, при изменении организации и/или технологии выполнения работы или режима работы машина будет изнашиваться по-разному. Учесть это обстоятельство можно в следующей модели.

В ней, как и раньше, принимается, что инфляция отсутствует, утилизационная стоимость машин нулевая. Однако теперь каждому j -му способу эксплуатации отвечает свой коэффициент условий эксплуатации h_j . Это значит, что один час выполнения работ способом j изменяет состояние машины так же, как h_j часов работы в типичных условиях. Поэтому, если машина выполняла работу способом 1 в течение времени t_1 , способом 2 — в течение времени t_2 , и т.д., то она окажется в том же состоянии, что и после выполнения работ типичным способом в течение времени $s = h_1 t_1 + h_2 t_2 + h_3 t_3 + \dots$. Такой показатель s логично назвать эффективным возрастом (ЭВ) машины, однозначно характеризующим ее состояние. Моменту достижения предельного состояния (окончания срока службы) при этом отвечает предельный ЭВ, который мы обозначим через S .

РС машины мы рассматриваем как (неизвестную) функцию $V(s)$ от ее ЭВ.

Будем считать, что для каждого способа выполнения работ известны зависимости производительности машины и интенсивности ее операционных затрат от ЭВ — функции $W_j(s)$ и $C_j(s)$, которые мы будем считать соответственно не возрас-

тающей и неограниченно возрастающей. Интенсивность выгод, приносимых машиной с ЭВ = s , выполняющей работу способом j , при этом составит:

$$B_j(p, s) = pW_j(s) - C_j(s), \quad (2.24)$$

где p — стоимость единицы выполняемых машиной работ, не зависящая от способа их выполнения.

Обозначим также $B(p, s) = \max_j B_j(p, s)$. Оптимальное j , при котором здесь достигается максимум, обозначим через $j(p, s)$. Нетрудно убедиться, что функции $B_j(p, s)$ и $B(p, s)$ будут неограниченно убывающими.

Очевидно, что если $B_j(p, s) > 0$ при каком-нибудь j , то выполнять работу способом j эффективнее, чем утилизировать машину. Поэтому в конце срока службы ЭВ машины S должен быть корнем уравнения: $B(p, S) = 0$.

Машина с ЭВ = $s < S$ на дату оценки за малую единицу времени принесет выгоды $B(p, s)$. Но эти выгоды включают нормальный доход $rV(s)$ на вложенный в машину капитал, поэтому $B(p, s) \geq rV(s)$ и, значит, $V(s) \leq B(p, s)/r$.

По аналогии с (2.22) введем в рассмотрение характеристику машины, зависящую от ее ЭВ и способа выполнения работ — *удельные приведенные затраты* (УПЗ):

$$z_j(p, s) = \frac{C_j(p, s) + rV(s) - h_jV'(s)}{W_j(p, s)} \quad (2.25)$$

Если машина с ЭВ = s выполняет работу способом j в течение малого периода времени dt , то она принесет выгоды в сумме $B_j(p, s)dt$ и в конце периода будет иметь ЭВ = $s + h_jdt$. Поскольку инфляция отсутствует, стоимость машины в конце периода будет такой же, как и у машины возраста $s + h_jdt$ на дату оценки, т.е. $V(s + h_jdt)$. Тогда в силу принципа ожидания выгод и (2.25) имеем:

$$\begin{aligned} V(s) &\gtrsim B_j(p, s)dt + (1 - rdt)V(s + h_jdt) \approx \\ &\approx V(s) + [B_j(p, s) - rV(s) + h_jV'(s)]dt = V(s) + W_j(s)[p - z_j(s)]dt, \end{aligned} \quad (2.26)$$

причем знак равенства здесь имеет место при $s < S$ и $j = j(p, s)$.

Отсюда вытекает, что для машины с любым ЭВ при любом способе выполнения работ УПЗ не превосходят p , а при оптимальном способе и $s \leq S$ — совпадают с p . Поэтому оптимальному j должно отвечать минимальное значение УПЗ, совпадающее с РС единицы выполняемых машиной работ: $p = \min_j z_j(s)$.

Как уже отмечалось, такой критерий выбора оптимального способа эксплуатации машины не совпадает ни с принятым в РФ критерием минимальной себе-

стоимости, ни с критериями, принимаемыми для аналогичных целей в США и Канаде.

Заметим теперь, что в силу (2.26) при любом j должно выполняться неравенство: $-V'(s) \geq \frac{pW_j(s) - C_j(s) - rV(s)}{h_j}$, которое обращается в равенство при $s < S$ и $j = j(p, s)$. Отсюда вытекает, что функция $V(s)$ при $s < S$ является решением уравнения:

$$-V'(s) = \max_j \frac{pW_j(s) - C_j(s) - rV(s)}{h_j} = \frac{B_{j(p,s)}(p,s) - rV(s)}{h_{j(p,s)}}. \quad (2.27)$$

Это означает, что оптимальный способ выполнения работ должен обеспечивать и *максимальную скорость обесценения* (обесценение за малую единицу эффективного возраста) машины.

Заметим, что $V'(s) \leq 0$ при $s < S$, поскольку $B_{j(p,s)}(p,s) = B(p,s) \geq rV(s)$. Если же $s = S$, то $V'(S) = 0$, поскольку $B_{j(p,S)}(p,S) = B(p,S) = 0 = rV(s)$. Поэтому и здесь в конце оптимального срока службы скорость обесценения машины должна обращаться в нуль, как это и было в разделе 2.1.

Поэтому предельный ЭВ машин S , стоимости машин разного ЭВ $V(s)$ и стоимость единицы работ p находятся из решения уравнения (2.27) с крайними условиями

$$B(p,S) = \max_j [pW_j(S) - C_j(S)] = 0; \quad V(0) = K; \quad V(S) = 0. \quad (2.28)$$

Как видим, и в данной модели множество возможных значений ЭВ разбивается на отдельные интервалы, на каждом из которых оптимальным будет какой-то из способов выполнения работ. Однако теперь уже каждому способу могут отвечать несколько разных интервалов. При этом способы, эффективные для машин в одних состояниях, могут оказаться менее эффективными в других состояниях. К сожалению, в традиционно используемых методах выбора условий и режимов использования машин это обстоятельство не учитывается, а оптимальные способы использования машины выбираются в расчете либо на новую, либо на «среднюю» машину.

При численном решении можно вначале задать p , затем найти S из условия $B(p,S) = 0$, далее решить уравнение (2.27) с крайним условием $V(S) = 0$ и найти $V(0)$. Поскольку $V(0)$ является возрастающей функцией от p , то остается только подбирать p , добиваясь выполнения равенства $V(0) = K$.

Важно иметь в виду, что, не решая уравнения, нельзя заранее выявить «заведомо неэффективные» способы использования машины (поскольку величина

УПЗ зависит от неизвестной величины $V'(s)$, а правая часть (2.27) зависит от неизвестной РС работ p).

Полученные результаты переносятся и на случай ненулевой утилизационной стоимости, для этого в соответствующих формулах достаточно заменить стоимость машин и интенсивность операционных затрат соответствующими «чистыми» характеристиками.

В то же время, практическое применение предложенной модели затруднительно, поскольку для выбора оптимального способа использования машины необходимо знать ее ЭВ, а, следовательно, и всю историю использования машины.

2.5. Оптимизация совместного использования машин

В этом разделе мы рассмотрим задачу одновременной оптимизации сроков службы двух¹⁷ неремонтируемых машин, совместно участвующих в одном осуществляемом на предприятии технологическом процессе. Казалось бы, достаточно оптимизировать срок службы каждой машины в отдельности, как и в разделе 2.1, но при этом не будет учтено, что обе машины используются в одном технологическом процессе. Приведем более адекватную постановку этой задачи, приняв для упрощения, что инфляция отсутствует, а утилизационная стоимость машин нулевая.

Будем считать, что технологический процесс, в котором участвуют машины, состоит в обработке некоторого продукта (например, сырья или детали), так что обе машины обрабатывают в единицу времени одно и то же количество продукта. Поэтому производительность рассматриваемых машин (если измерять ее количеством обрабатываемого продукта) одинакова, и мы примем ее за единицу.

Как и раньше, состояние машин будем характеризовать их возрастом. РС и интенсивность операционных затрат i -й машины обозначим соответственно через K_i и $C_i(t)$. По истечении срока службы каждая машина заменяется новой машиной той же марки (новым аналогом). Но при этом технологический процесс прекращается, что приводит к потерям в размере L .

Несмотря на то, что обе машины находятся в разных местах, выполняют разные операции и «физически» не связаны друг с другом, объединим их в один (машинный) комплекс. В таком случае возникает задача оптимизации управления использованием этого комплекса. Поскольку машины комплекса последовательно замещаются новыми аналогами, срок службы этого комплекса бесконечный (хотя

¹⁷ Случай трех и более машин рассматривается аналогично, но получаемые уравнения оказываются сложнее, а решение их сопряжено со значительными трудностями.

возможно, что через какое-то время придется одновременно заменить обе машины комплекса, и он окажется в том же состоянии, что и в начале эксплуатации).

Состояние комплекса мы характеризуем парой (t_1, t_2) , где t_i — возраст i -й машины. РС комплекса, находящегося в состоянии (t_1, t_2) , обозначим $V(t_1, t_2)$. Будем ее оценивать. Начнем с того, что новые аналоги обеих машин комплекса продаются на рынке по отдельности (они объединены в комплекс лишь для удобства рассмотрения). Поэтому РС комплекса в состоянии $(0, 0)$, состоящего из новых машин, составляет $V(0, 0) = K_1 + K_2$.

Разобьем (бесконечный) срок службы комплекса на циклы, в конце которых хотя бы одна из машин заменяется. Поэтому в начале каждого цикла одна из машин всегда имеет возраст 0. Циклы, начинающиеся с состояний $(0, z)$ и $(z, 0)$, обозначим соответственно через M_{z1} и M_{z2} . При этом обозначения M_{01} и M_{02} будут относиться к одному и тому же циклу, начинающемуся с состояния $(0, 0)$. Длительности циклов M_{z1} и M_{z2} обозначим соответственно через $D(z, 0)$ и $D(0, z)$. Введем также особые обозначения для стоимости комплекса в начале этих циклов: $V(0, z) = H_1(z)$, $V(z, 0) = H_2(z)$. Очевидно, что при этом функции $H_i(z)$ — невозрастающие. При этом в начале эксплуатации, т.е. в состоянии $(0, 0)$, комплекс имеет стоимость $H_1(0) = H_2(0) = V(0, 0) = K_1 + K_2$.

Работа, выполняемой комплексом в единицу времени (мы приняли ее за единицу работы) имеет свою (вообще говоря, неизвестную) рыночную стоимость p . Как и раньше, мы считаем, что функции $C_i(t)$ неограниченно возрастают по t . Поэтому при фиксированном p найдется такое конечное $T^* = T^*(p)$, что при $t > T^*$ или $s > T^*$ интенсивность выгод, приносимых комплексом в состоянии (t, s) , будет отрицательной, так что использовать его по назначению будет неэффективно. Это означает, что длительности любых циклов не больше T^* .

Мы будем решать задачу установления оптимальных длительностей циклов $D(z, 0)$ и $D(0, z)$.

Предположим, что для цикла M_{z1} назначена длительность D . Рассмотрим комплекс, отработавший время t в этом цикле, т.е. находящийся в состоянии $(z + t, t)$. Его РС временно обозначим через $f(t)$.

При $t = D$, когда комплекс находится в конце цикла, т.е. в состоянии $(z + D, D)$, потребуется заместить одну или обе машины. При замещении первой машины потребуются затраты $K_1 + L$, а комплекс перейдет в состояние $(0, D)$. Выгоды от этого варианта использования комплекса составят $H_1(D) - K_1 - L$. Аналогично, при замещении второй машины будут получены выгоды $H_2(z + D) - K_2 - L$. Наконец, при замещении обеих машин потребуются затраты $K_1 + K_2 + L$, а комплекс

перейдет в состояние $(0, 0)$, где будет иметь стоимость $K_1 + K_2$. Выгоды от такого использования комплекса составят $-L$.

Отсюда следует, что стоимость комплекса в состоянии $(z + D, D)$ составит:

$$f(D) = V(z + D, D) = \max[H_1(D) - K_1 - L; H_2(z + D) - K_2 - L; -L]. \quad (2.29)$$

Рассмотрим теперь комплекс, отработавший время $t < D$ в цикле M_{z1} , т.е. находящийся в состоянии $(z + t, t)$. Его целесообразно использовать по назначению в течение времени dt . Тогда он принесет выгоды в размере $[p - C_1(z + t) - C_2(t)]dt$ и окажется в состоянии $(z + t + dt, t + dt)$, где будет иметь стоимость $f(t + dt)$. Поэтому в силу принципа ожидания выгод имеем:

$$\begin{aligned} f(t) &= [p - C_1(z + t) - C_2(t)]dt + (1 - rdt)f(t + dt) \approx \\ &\approx f(t) + [p - C_1(z + t) - C_2(t) + f'(t) - rf(t)]dt. \end{aligned}$$

Отсюда вытекает уравнение:

$$f'(t) - rf(t) + B(t) = 0, \quad (2.30)$$

где

$$B(t) = p - C_1(z + t) - C_2(t). \quad (2.31)$$

Его решение при $t < D$ имеет следующий вид:

$$f(t) = \int_t^D B(x) e^{-r(x-t)} dx + f(D) e^{-r(D-t)}. \quad (2.32)$$

При $t = 0$ эта формула дает стоимость комплекса в начале цикла:

$$H_2(z) = f(0) = \int_0^D B(x) e^{-rx} dx + f(D) e^{-rD}.$$

Остается заметить, что стоимость комплекса в начале цикла $V(z, 0) = H_2(z)$ при оптимальной его длительности должна быть максимальной, поэтому

$$H_2(z) = \max_D \left\{ \int_0^D B(x) e^{-rx} dx + f(D) e^{-rD} \right\}.$$

Подставляя сюда равенства (2.29) и (2.31), получаем:

$$\begin{aligned} H_2(z) &= \max_D \left\{ \int_0^D [p - C_1(z + x) - C_2(x)] e^{-rx} dx + \right. \\ &\left. + \max[H_1(D) - K_1 - L; H_2(z + D) - K_2 - L; -L] e^{-rD} \right\}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Внешний максимум здесь достигается при оптимальной длительности цикла M_{z1} , т.е. в точке $D = D(z, 0)$. Однако вполне возможно, что точек D , в которых этот максимум достигается, будет несколько или даже бесконечно много. Условимся, что в подобных ситуациях в качестве $D(z, 0)$ мы выбираем *наименьшую* из всех таких точек.

Аналогично при рассмотрении цикла M_{z2} получаем уравнение:

$$H_1(z) = \max_D \left\{ \int_0^D [p - C_1(x) - C_2(z+x)] e^{-rx} dx + \right. \\ \left. + \max [H_1(z+D) - K_1 - L; H_2(D) - K_2 - L; -L] e^{-rD} \right\}. \quad (2.35)$$

И в этой формуле внешний максимум достигается при оптимальной длительности цикла M_{z2} , т.е. в точке $D = D(0, z)$, а в случае, когда таких точек D две или больше — в наименьшей из них.

Обратим внимание, что при $z = 0$ уравнения (2.34) и (2.35) совпадают.

Нетрудно убедиться, что имеется единственная пара функций $H_i(z)$, удовлетворяющая системе (2.34)–(2.35).

Действительно, допустим, что имеются две таких пары — $\{H_{11}(z), H_{12}(z)\}$ и $\{H_{21}(z), H_{22}(z)\}$, которым отвечают и соответствующие длительности циклов $D_1(z, 0)$ и $D_2(z, 0)$. Обозначим $A = \max_{i,z} |H_{1i}(z) - H_{2i}(z)|$. Примем для определенности, что максимум здесь достигается при $i = 2, z = y$, и при этом $H_{12}(y) = H_{22}(y) + A$. Тогда $H_{12}(y) > 0$, так что $D_{01} = D_1(y, 0) > 0$. Поэтому использовать по назначению машину в состоянии $(y, 0)$ эффективно и $D_2(y, 0) > 0$. Но в таком случае в силу (2.34) и (2.35) имеем:

$$H_{22}(y) + A = H_{12}(y) = \int_0^{D_{01}} [p - C_1(y+x) - C_2(x)] e^{-rx} dx + \\ + \max [H_{11}(D_{01}) - K_1 - L; H_{12}(y + D_{01}) - K_2 - L; -L] e^{-rD_{01}} \leq \\ \leq \int_0^{D_{01}} [p - C_1(y+x) - C_2(x)] e^{-rx} dx + \\ + \left\{ \max [H_{21}(D_{01}) - K_1 - L; H_{22}(y + D_{01}) - K_2 - L; -L] + A \right\} e^{-rD_{01}} \leq \\ \leq A e^{-rD_{01}} + \max_D \left\{ \int_0^D [p - C_1(y+x) - C_2(x)] e^{-rx} dx + \right. \\ \left. + \max [H_{21}(D) - K_1 - L; H_{22}(y + D) - K_2 - L; -L] e^{-rD} \right\} = \\ = A e^{-rD_{01}} + H_{22}(y) < H_{22}(y) + A.$$

Поскольку такое неравенство невозможно, сделанное допущение невозможно, а решение системы (2.34)–(2.35) — единственное. ■

До сих пор стоимость единицы работ комплекса p предполагалась известной. Определить ее можно, опираясь на следующие соображения.

Легко видеть, что с ростом p функции $H_i(z)$, являющиеся решениями системы (2.34)–(2.35), не убывают, а значения $H_1(0) = H_2(0)$ возрастают. Поэтому искомого p можно найти как единственный корень уравнения $H_1(0) = V(0, 0) = K_1 + K_2$.

Эффективность оптимальной ремонтной политики можно оценить, сравнив ее с существующей, для которой также выполняются равенства (2.34)-(2.35), только уже при заданных владельцем предприятия длительностях циклов $D(z, 0)$ и $D(0, z)$. Однако существующей политике будет отвечать более высокая стоимость единицы работ (p_c), а эффект от применения оптимальной политики будет выражаться снижением затрат $p_c - p$ на единицу производимого технологической линейкой продукта.

Если функции $H_i(z)$ найдены, то стоимость машины в любом состоянии $(z + t, t)$ можно найти по формуле (2.32). Аналогичную формулу можно получить и для стоимостей машин в состояниях $(t, z + t)$.

Отметим, что полученные формулы применимы и к ситуациям, когда одну из машин заменяют не новым, а *поддержанным* аналогом. Тогда после замены комплекс окажется не в начале, а в «середине» какого-то цикла.

Решать систему уравнений (2.34)–(2.35) можно методом итераций. Положим $H_{11}(z) = H_{21}(z) = 0$ и построим последовательности функций $\{H_{1n}(z)\}$ и $\{H_{2n}(z)\}$ по формулам:

$$H_{2n+1}(z) = \max_D \left\{ \int_0^D [p - C_1(z+x) - C_2(x)] e^{-rx} dx + \right. \\ \left. + \max [H_{1n}(D) - K_1 - L; H_{2n}(z+D) - K_2 - L; -L] e^{-rD} \right\}; \\ H_{1n+1}(z) = \max_D \left\{ \int_0^D [p - C_1(x) - C_2(z+x)] e^{-rx} dx + \right. \\ \left. + \max [H_{1n}(z+D) - K_1 - L; H_{2n}(D) - K_2 - L; -L] e^{-rD} \right\}.$$

Легко видеть, что эти последовательности будут ограниченными и возрастающими, поэтому будут сходиться к искомому решению задачи.

Интерес представляют и функции $D(z, 0)$ и $D(0, z)$ — оптимальные длительности соответствующих циклов, при которых достигаются внешние максимумы в формулах (2.34)–(2.35). Чтобы не загромождать изложение формулами, свойства подобных функций поясним примером.

Пусть требуется найти $\max_{0 \leq x \leq 3} G(z, x)$ и ту точку $x(z)$, где этот максимум достигается. При этом гладкую ограниченную функцию двух переменных $G(z, x)$ мы специально подберем. Потребуем, чтобы у функции $G(z, x)$ при каждом z было два *локальных* максимума в точках $x_1(z)$ и $x_2(z)$ таких, что $x_1(z) \leq 1$, $x_2(z) \geq 2$, а ее глобальный максимум достигался при $z < 1$ в точке $x_1(z)$, а при $z > 1$ в точке $x_2(z)$. Графики подобной функции $G(z, x)$ при трех значениях z показаны на рис. 2.5, где локальные максимумы выделены жирными точками. Очевидно, что при $z = 1$ оба ло-

кальных максимума становятся глобальными, и, какую бы из точек $x_1(z)$ и $x_2(z)$ мы ни приняли за «оптимальную», функция $x(z)$ будет иметь разрыв в точке $z = 1$.

Для описания свойств получаемых подобным способом функций $x(z)$ нам понадобится ряд определений из функционального анализа [46].

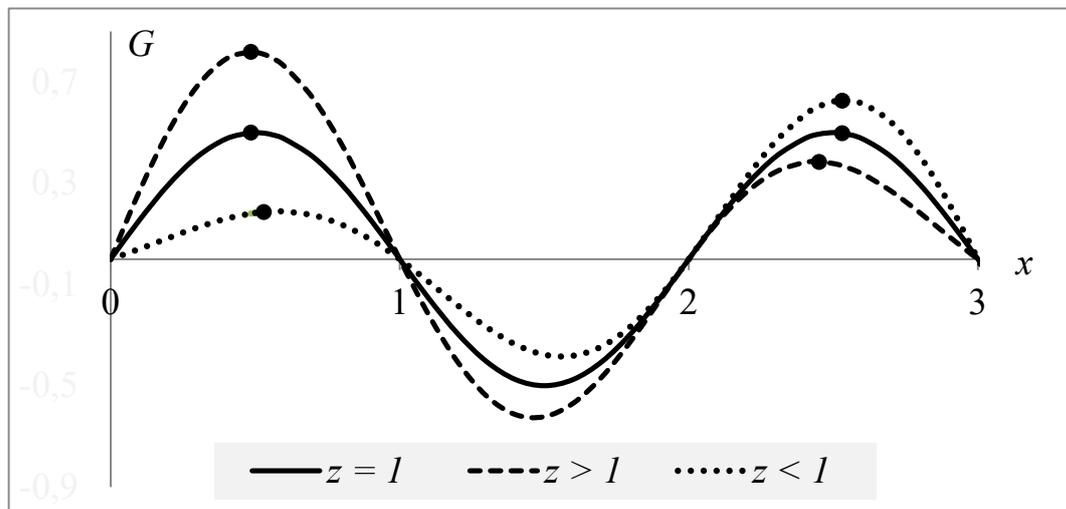


Рис. 2.5. Графики функции $G(z, x)$ при трех значениях z

Пусть $h(z)$ — произвольная функция на отрезке $[a, b]$. Ее верхним и нижним пределами называются функции соответственно $\bar{h}(z) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \sup_{z-\varepsilon \leq x \leq z+\varepsilon} h(x) \right\}$ и

$\underline{h}(z) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \inf_{x-\varepsilon \leq z \leq x+\varepsilon} h(z) \right\}$. Очевидно, что $\underline{h}(z) \leq h(z) \leq \bar{h}(z)$, а если $h(z)$ — непрерывная функция, то $\underline{h}(z) = h(z) = \bar{h}(z)$.

Функция $h(z)$ называется *полу непрерывной сверху* (снизу) в точке x , если она совпадает со своим верхним (нижним) пределом в этой точке, т.е. если $h(x) = \bar{h}(x)$ ($h(x) = \underline{h}(x)$). На рис. 2.6 показаны примеры таких функций, причем жирной точкой отмечены значения $h(x)$.

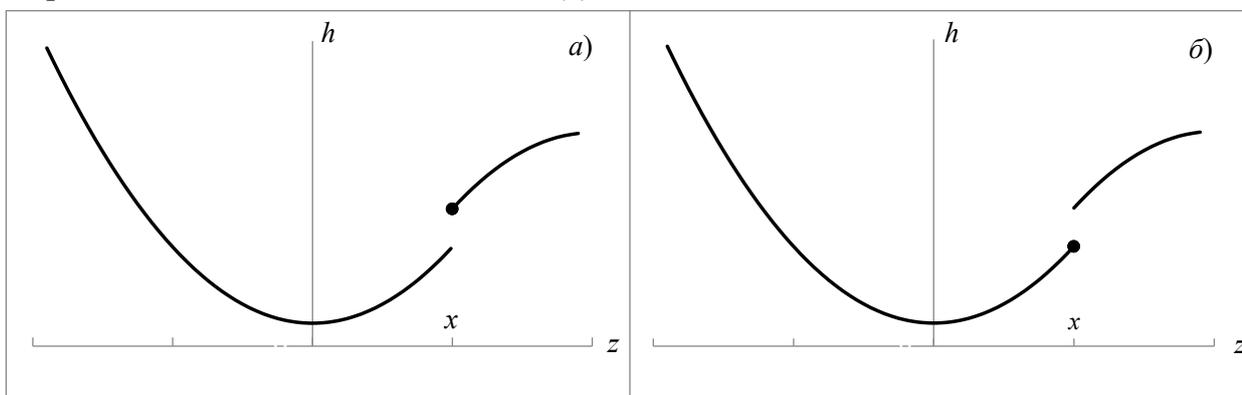


Рис. 2.6. Функции, полу непрерывные сверху (а) и снизу (б) в точке x

Другими примерами могут служить полу непрерывная сверху функция $[z]$ (целая часть z) и полу непрерывная снизу функция $\{z\}$ (дробная часть z). Функция,

полу непрерывная сверху (снизу) в каждой точке отрезка, называется полу непрерывной сверху (снизу) на этом отрезке.

Утверждение. Пусть $H(z, x)$ – непрерывная функция двух переменных на множестве $\{a \leq z \leq b, c \leq x \leq d\}$. Положим $\max_x H(z, x) = F(z)$ и пусть J_z — множество точек x , в которых $H(z, x) = F(z)$, а $X(z)$ — наименьшая из этих точек. Тогда $X(z)$ — полу непрерывна снизу на отрезке $[a, b]$.

Доказательство. Докажем, что $X(z)$ полу непрерывна снизу в любой точке s отрезка $[a, b]$, т.е. $X(s) = \underline{X}(s)$.

Поскольку $X(s) \geq \underline{X}(s)$, то нам остается только доказать, что $X(s) \leq \underline{X}(s)$.

Начнем с того, что функция $H(z, x)$ непрерывная, и поэтому функция $F(z)$ также непрерывна, а множество J_z – замкнутое. Далее, из определения нижнего предела следует, что найдется последовательность точек z_n таких, что $z_n \rightarrow s$, $X(z_n) \rightarrow \underline{X}(s)$ при $n \rightarrow \infty$. Тогда, в силу непрерывности функций H и F , имеем: $F(z_n) \rightarrow F(s)$, $F(z_n) = H(z_n, X(z_n)) \rightarrow H(s, \underline{X}(s))$ при $n \rightarrow \infty$.

Поэтому $F(s) = H(s, \underline{X}(s))$. Но это означает, что $H(s, x)$, как функция от x , достигает своего максимального значения в точке $\underline{X}(s)$, и следовательно, $\underline{X}(s)$ является одной из точек множества J_s . Но $X(s)$ — наименьшая из точек J_s , значит $X(s) \leq \underline{X}(s)$, что и требовалось доказать. ■

Изложенные соображения применимы и к рассматриваемой нами задаче, поэтому можно только утверждать, что функции $D(z, 0)$ и $D(0, z)$ являются полу непрерывными снизу. К сожалению, ничего более определенного об этих функциях сказать пока нельзя. В то же время численное решение системы (2.34)–(2.35) показывает, что зависимости $D(z, 0)$ и $D(0, z)$ состоят из небольшого числа гладких «кусков».

2.6. Оптимизация скорости морского грузового судна

В этом разделе речь пойдет о грузовых судах, осуществляющих линейные перевозки, т.е. совершающие регулярные круговые рейсы по определенным маршрутам между портами (на маршруте может быть несколько портов, куда доставляются и откуда забираются грузы). В период стоянок в портах осуществляется погрузка и выгрузка грузов и техническое обслуживание, позволяющее поддерживать техническое состояние судна на приемлемом уровне. Судовладелец получает определенную выручку (валовой доход) за каждую партию груза, перевезенного из одного порта в другой, исходя из складывающихся на рынке фрахтовых ставок. На разных участках рейса суда могут двигаться с разной скоростью (разумеется, в определенных пределах).

Мы хотим оптимизировать скорости движения конкретного судна A по *круговому маршруту* протяженности L , начинающемуся в некотором базисном порту, и одновременно оценить его рыночную стоимость и оптимальный срок службы. При этом судно A будем рассматривать как одно из судов некоторой *совокупности* \mathbf{A} аналогичных судов, находящихся в разных состояниях (применительно к машинам мы бы говорили о *парке* машин одной марки, но для судов этот термин не используется). При этом будем считать аналогами те (реальные или виртуальные) суда, которые на момент ввода в эксплуатацию имеют примерно ту же РС и те же характеристики, что и судно A . Состояние каждого судна (из этой совокупности) мы описываем его *возрастом*. Поэтому все суда из совокупности \mathbf{A} одного возраста имеют на дату оценки одну и ту же РС. Обозначим поэтому РС стоимость судна возраста t на дату оценки через $V(t)$, а оптимальный (полный) срок службы судов совокупности \mathbf{A} через T .

Будем считать, что в начале рейса судно загружается полезным грузом, выходит из базисного порта и совершает круговой рейс, останавливаясь в промежуточных портах для выгрузки и загрузки, пока не вернется в базисный порт. Таким образом, в конце рейса судно оказывается в том же положении, в каком оно было в начале рейса, с той лишь разницей, что возраст его увеличился.

Длительность такого кругового рейса включает время θ стоянки в портах и время движения θ_s . Далее эту длительность будем считать малой по сравнению с годом.

Выгоды от использования судна за рейс определим как разность между выручкой судовладельца — типичного участника рынка — от перевозки грузов за вычетом расходов, связанных с выполнением рейса. Способ исчисления выручки существенно зависит от условий договора на перевозку, которые весьма разнообразны, и которым могут отвечать различные виды фрахтовых ставок и надбавок к ним. Далее мы примем, что фрахтовая ставка является рыночной и относится только к перевозке груза, тогда как, например, упаковка груза в контейнеры, маркировка, погрузка, выгрузка, перемещения внутри и вне порта оплачиваются отправителем отдельно и во фрахтовую ставку не входят. Поэтому (в отличие от предыдущих разделов) РС каждой конкретной перевозки I будем считать известной.

Расходы на перевозку грузов мы разделим на три группы с учетом их зависимости от возраста и скорости судна (общепринятая классификация таких расходов дана, например, в [47]).

В **группу 1** включим расходы на топливо и смазочные материалы в пути. Такие расходы в единицу времени зависят от мощности двигателей, необходимой для движения с заданной скоростью. Обычно принимается, что эта мощность пропорци-

ональна кубу скорости судна w , а коэффициент пропорциональности зависит от различных характеристик судна [48]. Поэтому будем считать расходы этой группы в единицу времени строго выпуклой вниз функцией $F(w)$ от скорости судна w .

К **группе 2** отнесем зависящие от возраста судна расходы на экипаж, расходные материалы, техническое обслуживание и ремонт (текущий и периодический), страхование от гибели или повреждения судна, а также накладные расходы (расходы на содержание управленческого персонала, ежегодные регистрационные платежи, услуги связи, портовых агентов и т.п.). Расходы этой группы в единицу времени обозначим через $M(t)$ и будем считать их возрастающей функцией возраста (тем самым, пренебрегая временным снижением этих расходов после ремонтов).

К **группе 3** отнесем портовые расходы (портовые сборы, лоцманские услуги, буксировку и др.) и небольшие расходы на топливо и смазочные материалы в период стоянки в портах. Такие расходы невелики и для конкретного судна зависят от длительности стоянок, но не от возраста судна. Их величину за рейс обозначим через H .

Докажем теперь, что на любом участке маршрута оптимальным является движение судна с одной и той же постоянной скоростью.

Действительно, допустим, что найдутся два малых участка маршрута, которые судно проходит за одно и то же малое время Δ , но с разными скоростями — w' и w'' . Такие участки будут иметь протяженность $w'\Delta$ и $w''\Delta$ соответственно. Затраты 3-й группы на этих участках не осуществляются, затраты 2-й группы — одинаковы и равны $M\varphi(t)\Delta$, а затраты 1-й группы составляют соответственно $F(w')\Delta$ и $F(w'')\Delta$.

Заставим теперь судно проходить оба участка с одной и той же средней скоростью $w=(w'+w'')/2$. От этого общее время прохождения обоих участков не изменится: $(w'\Delta+w''\Delta)/w=2\Delta$, поэтому не изменятся и совокупные затраты 2-й группы. Зато совокупные затраты 1-й группы станут меньше: $2F(w)\Delta < F(w')\Delta + F(w'')\Delta$, поскольку функция $F(w)$ строго выпуклая и для нее $F\left(\frac{w'+w''}{2}\right) < \frac{F(w')+F(w'')}{2}$.

В результате ни продолжительность рейса, ни состояние судна в конце рейса, ни выручка судовладельца не изменятся, тогда как затраты на рейс сократятся. Это означает, что прохождение разных участков маршрута с разными скоростями будет неэффективным. ■

Оптимальная скорость судна может зависеть от его состояния, которое мы измеряем возрастом. Рассмотрим судно возраста t лет. Очевидно, что при $t \geq T$ ис-

пользовать его по назначению неэффективно, так что оно имеет утилизационную стоимость U .

Судно, имеющее возраст $t < T$, использовать по назначению эффективно. Пусть w — его оптимальная скорость. Тогда время движения судна за рейс будет равно L/w , а общая длительность рейса — $\tau = \theta + L/w$. При этом выгоды, приносимые судном за рейс, составят: $B(t) = I - F(w)L/w - M(t)\tau - H$. Входящую сюда разность $I - H$ между валовым доходом от рейса и затратами группы 3 обозначим через P и назовем ее для краткости “судовым доходом”. Тогда выражение для выгод за рейс примет вид:

$$B(t) = P - F(w)L/w - M(t)\tau. \quad (2.29)$$

Заметим теперь, что в конце рейса судно будет иметь возраст $t + \tau$. Суда того же возраста из совокупности \mathbf{A} на дату оценки имеют стоимость $V(t + \tau)$, но в конце рейса, т.е. через время τ , эта стоимость вырастет за счет групповой инфляции и составит $(1 + idt)V(t + \tau)$. Применяв принцип дисконтирования к судну возраста t и его круговому рейсу, начинающемуся с даты оценки, мы получим:

$$\begin{aligned} V(t) &\approx B(t) + (1 - r_{\text{н}}\tau)(1 + idt)V(t + \tau) \approx B(t) + (1 - r\tau)[V(t) + \tau V'(t)] \approx \\ &\approx V(t) + B(t) - r\tau V(t) + \tau V'(t). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Обратим внимание, что здесь для дисконтирования мы использовали безрисковую ставку $r_{\text{н}}$, хотя морские перевозки всегда сопряжены с риском повреждения или утраты судна. Дело в том, что указанные риски мы учли, включив в состав затрат расходы на страхование судна от этих рисков (которые обычно существенно зависят от возраста судна).

Из (2.30) вытекает, что $V'(t) - rV(t) + B(t)/\tau = 0$. Подставив сюда $\tau = \theta + L/w$ и учитывая (2.29), находим:

$$V'(t) - rV(t) - M(t) + \frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} = 0. \quad (2.31)$$

Обратим внимание, что это уравнение справедливо только при $t < T$, тогда как судно возраста T лет имеет утилизационную стоимость: $V(T) = U$. Решая уравнение (2.31) с этим краевым условием, получаем:

$$V(t) = \int_t^T e^{-r(t-s)} \left\{ \frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} - M(s) - rU \right\} ds + U. \quad (2.32)$$

Заметим теперь, что оптимальным значениям w и T должны отвечать максимальные стоимости всех судов совокупности.

Очевидно, что оптимальная скорость w должна удовлетворять условию:

$$\frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} \Rightarrow \max. \quad (2.33)$$

Приравняв производную левой части (2.33) к нулю, получим:

$$(L + \theta w)F'(w) - \theta F(w) = P. \quad (2.34)$$

Функция от w , стоящая здесь в левой части, возрастающая, так как ее производная $(L + \theta w)F''(w) > 0$. Поэтому уравнение (2.33) имеет единственное решение. Будем считать, что судовые установки обеспечивают достижение соответствующей скорости. Обратим внимание, что такая скорость не зависит от возраста судна, но увеличивается с ростом судового дохода (P) и уменьшением протяженности рейса (L).

Выпишем теперь равенство (2.32) для нового судна с известной стоимостью K :

$$K = \int_0^T e^{-rt} \left\{ \frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} - M(s) - rU \right\} ds + U. \quad (2.35)$$

Это равенство можно трактовать как ограничение на фрахтовые ставки, назначаемые судовладельцем для отдельных видов перевозимых грузов. По сути, ему безразлично, какие конкретно грузы перевозить и сколько за каждую перевозку будет платить грузоотправитель, важно лишь, чтобы судово́й доход от перевозки всех грузов (P) при этом оказывался не меньше некоторого предельного значения, позволяющего «окупить» вложения в приобретение судна.

В то же время, используя (2.32) и (2.35), можно рассчитать и зависимость коэффициентов годности от возраста судна. Между тем, обычно установить такую зависимость по данным о ценах продажи однотипных судов не удастся: слишком велик разброс цен на однотипные суда одного возраста.

Чтобы найти оптимальное значение предельного возраста T , приравняем к нулю производную правой части равенства (2.35) по T . Мы получим:

$$\frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} - M(T) - rU = 0 \quad (2.36)$$

или, что то же самое, $P - F(w) \frac{L}{w} - M(T) \left(\theta + \frac{L}{w} \right) = rU \left(\theta + \frac{L}{w} \right)$. Величину, стоящую

здесь слева — судово́й доход от рейса за вычетом соответствующих расходов групп 1 и 2 — можно трактовать как “судовую прибыль” от рейса. Из формулы (2.36) следует, что эта величина совпадает с упущенной выгодой от более поздней (не в начале рейса, а в конце его) утилизации судна. При этом, кстати, скорость обесценения судна предельного возраста T — нулевая: $V'(T) = 0$, о чем говорилось еще в разделе 2.1.

С учетом формулы (2.36) выражение (2.32) для стоимости судна упрощается:

$$V(t) = \int_t^T e^{-r(t-s)} [M(T) - M(s)] ds + U. \quad (2.37)$$

Обратим внимание также на следующий факт. На рассматриваемом маршруте есть и другие порты, кроме базисного. Возьмем один из них и сделаем его базисным. От этого в модели ничего не изменится, за исключением того, что величина $V(t)$ теперь будет отражать стоимость судна возраста t , готового к выходу из нового, а не старого базисного порта. Но это означает, что стоимости судов одного возраста будут одинаковыми в любых портах кругового маршрута.

В модели предполагалось, что все рейсы по перевозке грузов осуществляются по одному и тому же круговому маршруту из базисного порта. Однако суда совокупности \mathbf{A} могут осуществлять перевозки по разным круговым маршрутам. Выясним, что происходит в этих ситуациях.

Пусть два аналогичных судна одинакового возраста выполняют рейсы по разным маршрутам. Для каждого из них справедливо уравнение (2.31), которое удобно представить в виде: $\frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w} = M(t) - V'(t) + rV(t)$. Правая часть

здесь — одна и та же для обоих судов, а левая не зависит от их возраста. Поэтому отношение $\frac{Pw - LF(w)}{L + \theta w}$ на любом круговом рейсе будет одним и тем же. Более того,

как было показано выше, оптимальные на каждом рейсе скорости судов w должны максимизировать это отношение, для чего должно выполняться одно и то же равенство (2.33): $(L + \theta w)F'(w) - \theta F(w) = P$. Оно обеспечивает согласованность фрахтовых ставок для линейных перевозок по разным маршрутам. Конечно, на практике такой согласованности не достигается, однако в стационарной экономике рыночные фрахтовые ставки колеблются около своих равновесных значений.

До сих пор мы предполагали, что судно используется в типичных рыночных условиях, а судовладелец ведет себя экономически рационально. Между тем, нередко суда вынуждены совершать нетипичные рейсы, например, когда владелец решает продать судно в другом порту. Можно доказать, что в случае, когда судно перегоняется в какой-то другой порт и затем продается по рыночной стоимости, оптимальная скорость судна в этом рейсе будут точно такой же, как и в типичном рейсе. Зато в ситуации, когда цена продажи судна заранее установлена, решение оказывается иным.

Введем следующие обозначения:

t — возраст судна;

V^0 — заранее назначенная цена продажи судна;

L^0 — протяженность рейса из базисного порт в порт продажи;

P^0 — судовой доход от перевозки грузов в этом рейсе;

w — скорость судна в этом рейсе;

$\tau = L^0/w$ — длительность рейса.

Здесь дисконтированные выгоды от рейса, включая выручку от продажи судна, составят $(1 - r\tau)V^0 - [F(w) + M(t)]\tau = V^0 - [rV^0 - F(w) - M(t)]\frac{L^0}{w}$. Опти-

мальная скорость w должна обеспечить получение максимальных выгод. Решая соответствующую оптимизационную задачу, получаем: $wF'(w) - F(w) = M(t) - rV^0$.

Легко проверяется, что оптимальное w растет с увеличением правой части полученного равенства, поэтому оно растет с увеличением возраста судна и с уменьшением цены его продажи, но не зависит от того, какие и сколько грузов перевозит судно в последнем рейсе. С ростом цен на топливо функция $F(w)$ пропорционально увеличивается. Оптимальная скорость w при этом уменьшается.

В большинстве работ по оптимизации скорости судов критерием оптимальности выступает EBITDA (бухгалтерская прибыль до начисления амортизации, вычета расходов по уплате процентов по займам и налога на прибыль) за вычетом так называемых финансовых расходов. Финансовые расходы определяют, суммируя (бухгалтерскую) амортизацию судна и процент на капитал, вложенный в его приобретение, либо как аннуитетные платежи в погашение кредита на приобретение судна. В обоих случаях финансовые расходы в единицу времени, обозначим их через Y , не зависят ни от возраста судна, ни от скорости его хода.

Поскольку при учете финансовых расходов оптимальная скорость судна может зависеть от его возраста, для судна возраста t обозначим эту скорость через w_t . Выясним, какой она окажется при использовании указанных выше критериев.

Критерий максимума EBITDA за вычетом финансовых расходов *в единицу времени* предлагался, например, в [48, раздел 3.1.1], правда, без учета длительности стоянок в портах (т.е. при $\theta = 0$), что для рейсов на большие расстояния не приводит к большим ошибкам. Оптимальная по этому критерию скорость w_t будет удовлетворять условию:

$$\frac{Pw_t - LF(w_t)}{L + \theta w_t} - M(t) - Y \Rightarrow \max. \quad (2.38)$$

Очевидно, что она не зависит от возраста судна и удовлетворяет условию (2.33). Потому она будет оптимальной и по критерию максимальной стоимости судна. Из простых и понятных финансовым аналитикам критериев такой критерий

наиболее близок к принятому в данной статье. В то же время возраст судна, при котором левая часть (2.38) обратится в нуль, («возраст безубыточности») будет меньше предельного возраста T . Это объясняется тем, что, как видно из формулы (2.36), у судов предельного возраста «судовой доход» за единицу времени равен упущенной выгоде от утилизации судна rU , которая намного меньше амортизации и/или финансовых расходов. Поэтому данный критерий не позволяет получить от использования судна максимальной выгоды.

Критерий максимума EBITDA за вычетом финансовых расходов за рейс использовался, например, в [48, раздел 3.1.2; 49]. Оптимальная по этому критерию скорость w_t будет удовлетворять условию:

$$P - F(w_t) \frac{L}{w_t} - [M(t) + Y] \left(\theta + \frac{L}{w_t} \right) \Rightarrow \max. \quad (2.39)$$

Критерий (2.39) отличается от (2.38) умножением на длительность рейса. Но длительность рейса с ростом скорости хода уменьшается. Поэтому использование критерия (2.39) приводит к более высокой оптимальной скорости, чем при использовании критериев (2.38) и (2.33). Обратим внимание, что скорости w_t , оптимальные по критерию (2.39), не зависят от валовой выручки, поэтому они одновременно будут оптимальными и по критерию минимума совокупных затрат на рейс, предложенному, например, в [48, раздел 3.1.2]. В то же время эти скорости растут с увеличением возраста судна и финансовых расходов Y . Другими словами, для судов, приобретенных в кредит на более тяжелых условиях, или более старых по возрасту, оптимальные скорости должны быть выше, чего обычно не наблюдается.

Отметим, кстати, что в [48] предлагалось использовать разные критерии при движении судна с грузом и без груза, хотя судовладелец всегда старается исходить из единого критерия при принятии экономических решений. Там же был предложен и альтернативный вариант критерия, в котором в состав затрат включались, по существу, вложения в перевозимый товар на время перевозки. По нашему мнению, такой критерий уместен при оценках *общественной*, а не коммерческой эффективности [35], поскольку указанные вложения осуществляет собственник товара, а не перевозчик.

ГЛАВА 3. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССАХ ИХ ДЕГРАДАЦИИ

В этой главе мы рассматриваем процесс использования машин как случайный. Но тогда и срок их службы и коэффициенты их годности оказываются случайными. Поэтому результатами решения задач оптимального управления использованием машин оказываются предельный возраст (назначенный срок службы) и средние коэффициенты годности.

Как и раньше, принимается, что РС новой машины (K) известна, а машина может использоваться по назначению единственным способом, причем владелец может в любой момент времени измерить ее производительность (W) и интенсивность операционных затрат (C). В то же время, в отличие от главы 2, состояние машины в разделах 3.3–3.4 характеризуется не возрастом, а интенсивностью приносимых ею выгод (z). Она определяется формулой: $z = pW - C$, где p — (неизвестная) РС единицы выполняемых машиной работ. Тем самым, мы будем различать техническое состояние машины, выражающееся в совокупности ее различных технических характеристик, и «модельное» состояние, измеряемое ее ИВ.

В разных разделах изменение состояния машины со временем описывается разными случайными процессами, а построенные модели позволяют рассчитать неизвестную стоимость p , найти среднее значение и коэффициент вариации срока службы машины и рассчитать зависимость коэффициентов годности машин от возраста. Для упрощения изложения во всех разделах инфляция учитывается в специальной ставке дисконтирования (r), утилизационная стоимость машин считается нулевой, а стоимость p вначале считается известной.

3.1. Оптимизация срока службы с учетом случайных отказов

Вернемся теперь к рассмотренной в разделе 2.1 задаче оптимизации срока службы неремонтируемых машин определенной марки, и посмотрим, каким окажется решение в условиях риска фатальных отказов.

Напомним, что при решении этой задачи мы характеризовали состояние машины ее возрастом и искали, по существу, предельный возраст T , по достижении которого машину необходимо утилизировать. Однако если до достижения этого возраста произойдет случайный фатальный отказ (далее — отказ), то машину придется утилизировать и срок ее службы окажется меньше. Поэтому в теории надеж-

ности здесь используют иной термин — *назначенный* срок службы, понимая под ним возраст, по достижении которого машину необходимо утилизировать независимо от ее состояния. Поэтому сама постановка задачи здесь изменяется — теперь необходимо оптимизировать назначенный срок службы машин, обозначим его через T .

Введем теперь дополнительные обозначения:

$\lambda(t)$ — опасность отказа машины возраста t , возрастающая с ростом t ;

$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(x) dx$ — накопленная опасность отказа машины возраста t ;

L — средние потери от отказа;

$F(x)$ — функция распределения срока службы (значения которой отражают вероятность того, что он окажется не больше x);

$p(x) = F'(x)$ — соответствующая плотность распределения;

$P(x) = 1 - F(x)$ — функция надежности (дожития), значения которой отражают вероятность того, что срок службы окажется больше x .

Действительно, если машина дожила до возраста $t < T$, то она доживет до возраста $t + dt$, только если за время dt не откажет. Поэтому: $P(t + dt) = P(t)[1 - \lambda(t)dt]$, так что $[P(t + dt) - P(t)]/dt = -\lambda(t)P(t)$. При $dt \rightarrow 0$ отсюда вытекает, что $P'(t) = -\lambda(t)P(t)$. Решением этого уравнения при условии $P(0) = 1$ будет $P(t) = e^{-\Lambda(t)}$. Тогда $F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\Lambda(t)}$, $p(t) = F'(t) = \lambda(t)e^{-\Lambda(t)}$ при $t < T$ и $F(T) = 1$.

Наоборот, если мы знаем вероятностное распределение срока службы, мы можем найти и отвечающую ему функцию опасности отказа:

$$\lambda(t) = \Lambda'(t) = [-\ln P(t)]' = -\frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{p(t)}{P(t)}.$$

В процессе деградации опасность отказа машин обычно растет, поэтому функция $-\ln P(t)$ имеет возрастающую производную и, следовательно, является строго выпуклой вниз. Поэтому, в частности, она с возрастом растет как линейная функция или быстрее. Это значит, что функция дожития $P(t)$ с возрастом растет экспоненциально или еще быстрее. Таким свойством обладает урезанное слева нормальное распределение срока службы, но не удовлетворяет нередко применяемое логарифмически нормальное или гамма распределение сроков службы (см. раздел 1.7).

Используя полученные формулы, можно найти и средний срок службы машин $T_m = T_m(T)$ при условии, что им назначен срок службы T . Действительно, срок

службы машины закончится в возрасте от t до $t + dt$ ($t < T$) с вероятностью $p(t)dt$ и в возрасте T с вероятностью $P(T)$, поэтому:

$$T_m = \int_0^T tp(t)dt + TP(T) = -\int_0^T tP'(t)dt + TP(T) = \int_0^T P(t)dt = \int_0^T e^{-\Lambda(t)}dt.$$

Заметим, что эта формула справедлива лишь в предположении, что ни функция надежности $P(t)$, ни назначенный на дату оценки срок службы T далее не будут изменяться (аналогичные оговорки делаются и в отношении таких статистических показателей, как ожидаемая продолжительность жизни при рождении).

Для оптимизации назначенного срока службы машин, подвергающихся отказам, теперь можно практически без изменений повторить рассуждения раздела 2.1 вплоть до вывода формулы (2.2). Дальнейшие рассуждения теперь изменятся.

Возьмем машину, имеющую возраст t и стоимость $V(t)$ на дату оценки. Ее можно утилизировать или использовать по назначению в течение малого периода времени dt . Первый способ принесет нулевые выгоды, а выгоды от второго будут случайными:

- если за время dt произойдет отказ (вероятность этого — $\lambda(t)dt$), то возникнут потери, в среднем равные L , а машина будет утилизирована, что принесет нулевые выгоды;

- в противном случае машина принесет выгоды в сумме $B(t)dt$ и в конце периода будет иметь возраст $t + dt$. Но на дату оценки стоимость машины того же возраста $t + dt$ составляет $V(t + dt)$, а за время dt стоимости всех машин одного возраста вырастут в $1+idt$ раз. Поэтому в конце периода машина будет иметь стоимость $(1 + idt)V(t + dt)$.

При этом ожидаемые выгоды от использования машины по назначению за период dt составят:

$$\begin{aligned} \lambda(t)dt \cdot (-L) + [1 - \lambda(t)dt] [B(t)dt + (1 - r_{\text{н}}dt)(1 + idt)V(t + dt)] &\approx \\ \approx [B(t) - \lambda(t)L]dt + \{1 - [r + \lambda(t)]dt\}V(t + dt). \end{aligned}$$

Применив теперь принцип ожидания выгод, мы получим равенство:

$$V(t) \approx \max \left\{ 0; [B(t) - \lambda(t)L]dt + \{1 - [r + \lambda(t)]dt\}V(t + dt) \right\}. \quad (3.1)$$

Сравнив это с (2.2), мы увидим два отличия.

1. Выгоды $B(t)dt$ от работы машины за время dt уменьшились на сумму ожидаемых потерь от отказа $L\lambda(t)dt$ — произведение среднего размера потерь на вероятность того, что они возникнут. В связи с этим назовем сумму операционных затрат и ожидаемых потерь от отказа *ожидаемыми операционными затратами*, $C(t) + \lambda(t)L$ — интенсивностью ожидаемых операционных затрат, а разность

$B(t) - \lambda(t)L$ — интенсивностью ожидаемых выгод. Оптимальным будет такой срок службы машины (предельный возраст) T , при котором эта интенсивность обратится в нуль. Отметим также, что ситуации, когда оптимальным оказывается $T = \infty$, мы рассматриваем как нереалистичные. Чтобы исключить их, в разделе 2.1 функция $C(t)$ считалась неограниченно возрастающей. В нашей модели (при наличии случайных отказов) для этого достаточно, чтобы неограниченно возрастающей была *какая-нибудь* из функций $C(t)$ и $\lambda(t)$.

2. К безрисковой ставке дисконтирования r добавилась «премия за риск» отказа, равная по величине опасности отказа. Соответствующую сумму $r(t) = r + \lambda(t)$ назовем *скорректированной* (с учетом риска отказа) ставкой дисконтирования. Ей будет отвечать и скорректированный коэффициент приведения (дисконтирования), рассчитываемый по формуле (1.1): $\alpha(t) = e^{-rt - \Lambda(t)}$. Как видим, метод учета нестабильности ставки дисконтирования, считавшийся неприменимым при «традиционном» подходе к решению задач стоимостной оценки и теории надежности, оказался вполне приемлемым инструментом для решения тех же задач.

Если внести соответствующие корректировки в последующие рассуждения, решение задачи окажется следующим.

Удельные дисконтированные затраты (УДЗ) $Z(T)$ при назначенном сроке службы T будут определяться как отношение суммарных за срок T капитальных и приведенных ожидаемых чистых операционных затрат к суммарному за тот же срок приведенному объему выполненных машиной работ. При этом приведение затрат и объемов работ к дате оценки осуществляется с помощью коэффициентов $\alpha(t)$.

Оптимальному назначенному сроку службы T отвечает минимальное значение УДЗ. Полученный критерий УДЗ близок к некоторым, используемым в теории надежности¹⁸, но не совпадает ни с одним из известных.

РС единицы выполняемых машиной работ p в этом случае будет совпадать с минимальным значением УДЗ и в то же время с ожидаемыми чистыми операционными затратами на последнюю единицу выполненных машиной работ.

Чистая РС машины любого возраста, не превышающего T , будет, как и в (2.8), суммой приведенных (с помощью коэффициентов $\alpha(t)$) ожидаемых чистых выгод от продолжения ее использования:

$$V_n(t) = \int_t^T [B_n(x) - \lambda(x)L] \frac{\alpha(x)}{\alpha(t)} dx.$$

«Обычная» РС этих машин, будет суммой их чистой РС и УС U .

¹⁸ Обычно в теории надежности используют критерий средних затрат за срок службы или аннуитет суммарных дисконтированных затрат на приобретение и эксплуатацию машины за этот срок.

Построенная модель учитывала возможность *фатальных* отказов, однако в ней можно дополнительно учесть и возможность *устранимых* отказов. Будем считать, что опасность устранимого отказа является известной функцией $\mu(t)$ от возраста машины, а последствия такого отказа достаточно быстро устраняются аварийным ремонтом, «возвращающим» машину в то состояние, в котором она находилась перед отказом («минимальный» ремонт). Среднюю стоимость аварийного ремонта обозначим через $R(t)$. Условимся также не включать затраты на аварийный ремонт в состав операционных затрат. Будем искать зависимость РС машины от ее возраста.

Возьмем машину, имеющую возраст t и стоимость $V(t)$ на дату оценки. Ее можно утилизировать или использовать по назначению в течение малого периода времени dt . Первый способ принесет выгоды U , а выгоды от второго будут случайными:

- если за время dt произойдет *фатальный* отказ (вероятность этого — $\lambda(t)dt$), то возникнут потери, в среднем равные L , а машина будет утилизирована, что принесет выгоды U ;

- если за время dt произойдет *устранимый* отказ (вероятность этого — $\mu(t)dt$), то потребуются затраты на ремонт $R(t)$, а машина «вернется» в прежнее состояние и будет иметь прежнюю стоимость $V(t)$;

- если машина не откажет, она принесет выгоды в сумме $B(t)dt$ и в конце периода будет иметь возраст $t + dt$. Но на дату оценки стоимость машины того же возраста $t + dt$ составляет $V(t + dt)$, а за время dt стоимости всех машин одного возраста вырастут в $1 + idt$ раз. Поэтому в конце периода машина будет иметь стоимость $(1 + idt)V(t + dt)$.

Ожидаемые выгоды от использования машины по назначению за период dt составят:

$$\begin{aligned} & \lambda(t)dt \cdot (U - L) + \mu(t)dt \cdot [-R(t) + V(t)] + \\ & + [1 - \lambda(t)dt - \mu(t)dt] \cdot [B(t)dt + (1 - r_{\text{н}}dt)(1 + idt)V(t + dt)] \approx \\ & \approx [B(t) - \lambda(t)L - \mu(t)R(t)]dt + [1 - [r + \lambda(t)]dt]V(t + dt). \end{aligned}$$

Применив теперь принцип ожидания выгод, мы получим равенство:

$$V(t) \approx \max \left\{ U; [B(t) - \lambda(t)L - \mu(t)R(t)]dt + [1 - [r + \lambda(t)]dt]V(t + dt) \right\}.$$

Сравнив это с (3.1), мы увидим два отличия.

1. Выгоды $B(t)dt$ от работы машины за время dt уменьшились на сумму ожидаемых потерь от отказа и затрат на аварийные ремонты. Иными словами, теперь величину *ожидаемых* операционных затрат надо находить, учитывая *ожидаемые* значения указанных потерь и затрат. Соответственно уточнится и величина

интенсивности ожидаемых выгод. Оптимальным будет такой срок службы машины T , при котором эта интенсивность обратится в нуль. Отметим также, что ситуации, когда оптимальным оказывается $T = \infty$, мы рассматриваем как нереалистичные. Чтобы исключить их, в разделе 2.1 функция $C(t)$ считалась неограниченно возрастающей. В нашей модели для этого достаточно, чтобы неограниченно возрастающей была *какая-нибудь* из функций $C(t)$, $\lambda(t)$ и $\mu(t)$.

2. К безрисковой ставке дисконтирования r добавилась, как и раньше, только «премия за риск» фатального отказа, так что *скорректированная* ставка дисконтирования $r(t) = r + \lambda(t)$ и отвечающие ей коэффициенты приведения $\alpha(t) = e^{-rt - \Lambda(t)}$ не изменились.

Остальные соотношения модели при этом остаются прежними.

Обратим внимание, что эта модель применима и к таким ситуациям, когда устранимый отказ машины приводит к дополнительным потерям на предприятии (например, из-за приостановки производства), только здесь $R(t)$ будет определяться как сумма стоимости ремонта и потерь от отказа.

Аналогичные рассуждения позволяют учесть возможность отказов и при назначении сроков службы совместно используемых машин (раздел 2.5). Уравнения (2.34)-(2.35) при этом сохраняют свою структуру, но существенно усложняются, и мы их не будем выписывать.

3.2. Модель случайного срока службы

Казалось бы, в обоснованной стоимостной оценке активов заинтересованы только участники рынка — реальные или потенциальные продавцы и покупатели активов. Именно на такую оценочную деятельность ориентированы и стандарты оценки и законодательство об оценочной деятельности. Между тем, это не так. Важным «потребителем» результатов стоимостной оценки является государство. В случаях, когда оно выступает в качестве участника рынка, продавая или покупая активы, оценка осуществляется по «общим» правилам. Однако для выполнения других функций государство нуждается в особых, специфических методах оценки. В частности, такие методы необходимы для ведения системы национальных счетов и для функционирования системы налогообложения.

Система национальных счетов (СНС) ведется в большинстве стран мира. Каждая страна использует свою такую систему, но все такие системы формируются на основе общих принципов и общих методических положений [21]. Точно так же, в каждой стране используется своя система налогообложения, хотя основные налоги практически во всех странах — одни и те же. Отметим особо, что и в систе-

ме национальных счетов, и в системе налогообложения имущества (капитальные) активы оказывается целесообразным учитывать по ценам, близким к рыночной стоимости. Поскольку привлекать профессиональных оценщиков для ежегодной оценки всех активов в стране невозможно, необходимые оценки производятся с применением математических моделей, учитывающих только некоторые характеристики активов. В данном разделе мы рассмотрим только те модели, которые позволяют учесть зависимость стоимости активов от их возраста. Оказывается, что и в системе национальных счетов и при налогообложении имущества в ряде штатов США для этого используется одна и та же модель. Общепринятого названия у нее нет, и мы для краткости будем именовать ее моделью случайного срока службы (моделью ССС). Она ориентирована на ситуацию, когда об активе известен только возраст, но не срок службы, поэтому предназначена для оценки *средней* стоимости и *среднего* коэффициента годности активов разного возраста.

Далее мы изложим суть этой модели применительно к оценке машин (оценка зданий и сооружений производится аналогично), опираясь на соответствующие положения СНС [21; 50] и используемого в США для налогообложения машин методического документа [51], а затем обсудим ее основные положения. При этом для упрощения изложения будем считать, что инфляция отсутствует, а утилизационная стоимость машин нулевая.

Для оценки подержанной машины определенной марки вначале оценивают стоимость K ее воспроизводства, т.е. РС новой машины той же марки. Мы не будем останавливаться на методах такой оценки и примем, что указанная стоимость известна.

В модели ССС, по сути, принимается, что машины одной марки могут работать в разных условиях, отличающихся сроками службы. При этом сроки службы машин — случайные и имеют известный закон распределения. Пусть $F(x)$ — функция распределения срока службы, $p(x)=F'(x)$ — соответствующая плотность распределения, $P(x)=1-F(x)$ — функция надежности (дожития), значения которой отражают вероятность того, что срок службы окажется больше x . Обычно распределение срока службы считается однопараметрическим, так что $F(x) = G(x/T_m)$, где $G(x)$ — некоторое базовое распределение со средним значением 1, T_m — средний срок службы.

Обозначим ИВ машины возраста t с *известным* сроком службы S через $B(t, S)$. Функция $b(t, S) = B(t, S)/B(0, S)$ при этом отражает динамику изменения с возрастом приносимых такой машиной выгод. Эта функция (в [21] она именуется профилем возраст-эффективность, в [51] считается константой) предполагается **известной** (задается экзогенно).

Учитывая (2.8), стоимость машины возраста t с известным сроком службы S можно представить в следующем виде:

$$V(t, S) = \int_t^S B(x, S) e^{-r(x-t)} dx = B(0, S) J(t, S), \text{ где } J(t, S) = \int_t^S b(x, S) e^{-r(x-t)} dx.$$

При $t = 0$ эта формула дает стоимость K новой машины: $K = B(0, S) J(0, S)$.

Это позволяет получить выражение для стоимости машины возраста t с известным (полным) сроком службы S : $V(t, S) = K \frac{J(t, S)}{J(0, S)}$.

Учтем теперь, что (полный) срок службы машин данной марки – случайный, и превышает x с вероятностью $P(x)$. Случайным будет и срок службы таких машин возраста t , обозначенный выше через S . Однако, поскольку эти машины «дожили» до возраста t , то вероятность события $S > x$ при условии, что $S \geq t$, равна $P(x)/P(t)$ при $x > t$. Поэтому T имеет плотность распределения $p(x)/P(t)$ на луче $x > t$. Вычисляя математическое ожидание $V(t, S)$ по найденному распределению, найдем среднюю стоимость $V(t)$ машин возраста t и коэффициент их годности $k(t) = V(t)/K$:

$$V(t) = K \int_t^\infty \frac{J(t, S)}{J(0, S)} \cdot \frac{p(S)}{P(t)} dS; \quad k(t) = \int_t^\infty \frac{J(t, S)}{J(0, S)} \cdot \frac{p(S)}{P(t)} dS. \quad (3.2)$$

Отметим, что в формулу для $k(t)$ входят только известные характеристики распределения срока службы машин и динамики приносимых ими выгод. Именно по такой формуле производятся расчеты в СНС разных стран и определяются коэффициенты годности машин, оборудования, зданий и сооружений для целей налогообложения в ряде штатов США и в некоторых других странах¹⁹. При этом для группы машин с одинаковым средним сроком службы коэффициенты $k(t)$ оказываются одинаковыми. Приведем пример их расчета (другие примеры рассмотрены и проанализированы в [24]).

Пример 3.1. Пусть динамика изменения с возрастом приносимых машиной выгод описывается линейной зависимостью $b(t, S) = 1 - t/S$. Тогда:

$$\int_t^S b(x, S) e^{-r(x-t)} dx = \int_t^S \left(1 - \frac{x}{S}\right) e^{-r(x-t)} dx = \frac{r(S-t) - 1 + e^{-r(S-t)}}{r^2 S}.$$

Формула (3.2) для коэффициента годности при этом примет вид:

$$k(t) = \int_t^\infty \left\{ \frac{r(S-t) - 1 + e^{-r(S-t)}}{rS - 1 + e^{-rS}} \right\} \frac{p(S)}{P(t)} dS.$$

¹⁹ Естественно, при этом возраст активов в годах рассматривается как целочисленная переменная, а интегралы заменяются соответствующими суммами.

Предположим теперь, что срок службы машины имеет распределение Вейбулла: $P(T) = e^{-(x/\theta)^\alpha}$, $p(T) = (\alpha T^{\alpha-1}/\theta^\alpha) e^{-(x/\theta)^\alpha}$. Здесь среднее значение (T_m) и коэффициент вариации (v) срока службы машины определяются формулами: $T_m = \theta \Gamma(1+1/\alpha)$, $v = \sqrt{\Gamma(1+2/\alpha)/\Gamma^2(1+1/\alpha) - 1}$. В таком случае коэффициент годности будет зависеть только от произведения $\rho = r\theta$ и отношения $y = t/\theta$ или, по сути, от относительного возраста машины $\tau = t/T_m$:

$$k(t) = L(r\theta, t/\theta), \text{ где } L(\rho, y) = \int_y^\infty \left\{ \frac{\rho(x-y) - 1 + e^{-\rho(x-y)}}{\rho x - 1 + e^{-\rho x}} \right\} \alpha x^{\alpha-1} e^{y^\alpha - x^\alpha} dx.$$

К сожалению, функция L не выражается простыми аналитическими формулами, а ее значения могут рассчитываться только численными методами. Результаты расчетов по полученным формулам представлены на рис. 3.1 в виде зависимостей коэффициента годности от относительного возраста $\tau = t/T_m$ при $\rho = r\theta = 1,6$ и разных значениях v .

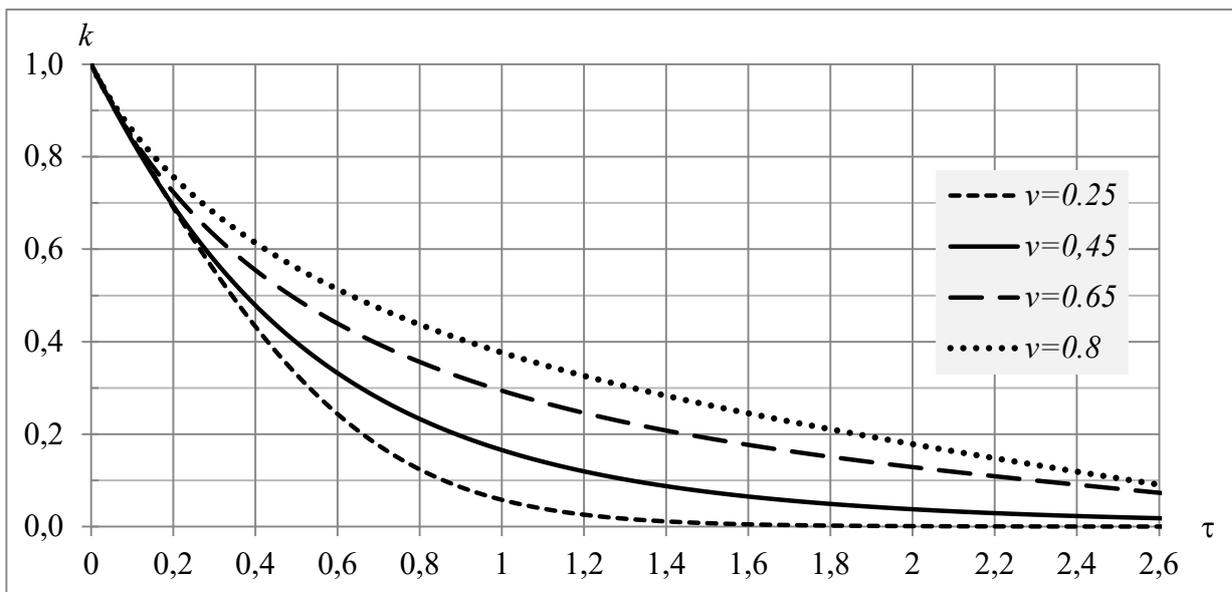


Рис. 3.1. Зависимости коэффициента годности от относительного возраста при $\rho = r\theta = 1,6$ и разных значениях коэффициента вариации срока службы v

Расчеты показывают, что построенные зависимости мало меняются при изменении ρ в разумном диапазоне от 0,2 до 3. ■

Заметим, что рассчитанные по модели ССС таблицы процентов годности типа [18; 19], оценщикам рекомендуют применять, используя эффективный возраст вместо хронологического, что представляется необоснованным (при этом средняя стоимость машин большого возраста завышается, поскольку для них эффективный возраст меньше хронологического, см. раздел 2.4).

На первый взгляд, модель ССС представляется достаточно адекватной, она ориентирована на рациональное использование машин и позволяет учесть как вероятностный характер срока их службы, так и их деградацию. Правда, при этом все машины считаются неремонтируемыми, что несколько искажает значения коэффициентов годности, поскольку «пилообразная» динамика приносимых машинами выгод, обусловленная проведением капитальных ремонтов, заменяется гладкой. Более серьезный недостаток модели можно увидеть, если задаться вопросом: что является причиной вероятностного характера срока службы машин?

Теория надежности утверждает, что даже у машин, рационально используемых в одних и тех же условиях, техническое состояние и операционные характеристики меняются случайно. Соответственно, оказывается случайным и момент, когда они достигают предельного состояния. Еще больший разброс сроков службы возникает, если условия эксплуатации машины, режимы и способы ее использования меняются непредсказуемым образом. По сути, фактический срок службы машины, т.е. момент достижения ею предельного состояния, определяется всей историей ее использования.

Между тем, в модели ССС срок службы каждой конкретной машине задается заранее. Грубо говоря, в момент ввода каждой машины в эксплуатацию некто (Бог?) «бросает монеты» и назначает машине зависящие от полученного результата условия эксплуатации и отвечающий им срок службы, однозначно определяя тем самым весь последующий процесс деградации машины и последующую динамику приносимых ею выгод. При этом покупатель машины как бы вынуждается использовать ее в назначенных условиях, но назначенного срока машины не знает, хотя мог бы его оценить, анализируя приносимые машиной выгоды. Разумеется, такая модель неадекватно описывает процесс использования машины. Изложенные соображения не позволяют рекомендовать модель ССС для практического использования в задачах стоимостной оценки. Поэтому мы не уделяем внимания таким «деталю» модели, как принимаемые вероятностные распределения сроков службы или профили возраст-эффективность. Более адекватные модели, пригодные для установления зависимостей коэффициентов годности от возраста, будут рассмотрены ниже.

3.3. Пуассоновский процесс деградации машин

В литературе, например, в [17; 21; 24], имеется информация о значениях среднего (полного) срока службы машин (T) и коэффициента вариации этого срока (ν). Поэтому в данной модели мы будем считать эти характеристики рассматри-

ваемых машин известными. Утилизационную стоимость машины будем временно считать нулевой, а влияние инфляции учтем, применяя специальную ставку дисконтирования r (см. раздел 2.1).

РС единицы выполняемых машиной работ p временно будем считать известной. Поскольку владелец может периодически измерять производительность машины и операционные затраты, это позволяет ему оценивать и приносимые машиной выгоды. Поскольку у машин одного возраста операционные характеристики могут оказаться различными, характеризовать состояние машин их возрастом нельзя. На этом основании в данной модели будем характеризовать состояние машины интенсивностью приносимых ею выгод (ИВ).

Процесс деградации мы связываем с потоком случайных *скрытых* отказов, приводящих к случайным последствиям, и описываем следующим сложным пуассоновским процессом.

В процессе эксплуатации проводится техническое обслуживание (ТО) машины. Это позволяет, по возможности, поддерживать интенсивность приносимых машиной выгод (z) постоянной, так что её состояние не меняется. Время от времени с интенсивностью λ происходят случайные скрытые отказы. Среднее время работы машины до отказа при этом будет равно $1/\lambda$. После каждого отказа операционные характеристики машины ухудшаются (в том числе за счет увеличения затрат на ТОиР). Принимается, что после отказа ИВ уменьшается на неотрицательную случайную величину ξ , не зависящую от истории эксплуатации машины и имеющую функцию распределения $P\{\xi \leq x\} = 1 - e^{-\alpha x}$ и плотность $\alpha e^{-\alpha x}$, где α – некоторый положительный параметр. При этом среднее уменьшение ИВ в единицу времени в данной модели будет постоянной величиной $1/\alpha$. Параметры модели α и λ временно будем считать известными.

Заметим, что после отказа ИВ машины может стать отрицательной. Последующая работа такой машины будет приносить только отрицательные выгоды (ущерб), и ее целесообразно утилизировать. Поэтому состояния $z < 0$ назовем *предельными*, а отказы, переводящие машину в предельное состояние — *фатальными*. В состоянии $z = 0$ машина может работать до очередного отказа, принося нулевые выгоды, поэтому такая машина имеет нулевую стоимость. Как видим, в нашей модели последствия отказов машины «накапливаются» до тех пор, пока машина не окажется в предельном состоянии и будет утилизирована, принеся нулевые выгоды.

Обычно стоимостные показатели измеряются в рублях, а время — в годах. Однако нам будет удобно единицей измерения времени считать средний срок службы машины T , а единицу стоимости принять такой, чтобы у новой машины

было $ИВ = 1$. В таких единицах хронологический возраст машины совпадет с относительным возрастом, состояние машины z с ее *относительным* ИВ (отношением ИВ к ИВ новой машины), а специальная ставка дисконтирования с *нормированной* ставкой $\rho = rT$.

Далее мы установим зависимости РС машины и среднего остаточного срока ее службы от ее состояния, затем узнаем РС единицы выполняемых машиной работ (p) и, наконец, найдем зависимость среднего коэффициента годности машины от ее возраста.

Зависимость РС машины от ее состояния. РС машины в состоянии обозначим через $V(z)$. Рассмотрим машину, находящуюся в состоянии $z > 0$ на дату оценки, и выясним, как изменится ее РС за малый период dt . Если она не откажет, то принесет за период выгоды zdt , останется в том же состоянии и будет иметь ту же стоимость $V(z)$. Если же (с вероятностью λdt) произойдет отказ, то машина принесет нулевые выгоды, а ее ИВ примет новое случайное значение $u = z - \xi$, распределённое на луче $(-\infty, z)$ с плотностью $\alpha e^{\alpha(u-z)}$. При $u > 0$ машина будет иметь РС $V(u)$, в противном же случае (фатальный отказ) РС машины обратится в нуль. Применив принцип ожидания выгод к нашей машине и периоду времени dt , мы получим:

$$\begin{aligned} V(z) &\approx zdt + (1 - \rho dt) \left[(1 - \lambda dt)V(z) + \lambda dt \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u) du \right] \approx \\ &zdt + [1 - (\rho + \lambda)dt]V(z) + \lambda \alpha e^{-\alpha z} dt \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du \approx \\ &\approx V(z) + dt \left\{ ze^{\alpha z} - (\rho + \lambda)e^{\alpha z} V(z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du \right\} e^{-\alpha z}. \end{aligned}$$

Поэтому выражение в фигурной скобке должно обращаться в нуль: $ze^{\alpha z} - (\rho + \lambda)e^{\alpha z} V(z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} V(u) du = 0$. Дифференцируя это равенство по z и умножая на $e^{-\alpha z}$, найдем: $1 + \alpha z - \rho \alpha V(z) - (\rho + \lambda)V'(z) = 0$. Решением этого уравнения с краевым условием $V(0) = 0$ будет:

$$V(z) = \frac{z}{\rho} - \frac{\lambda}{\alpha \rho^2} \left[1 - e^{-\frac{\rho \alpha z}{\rho + \lambda}} \right]. \quad (3.3)$$

Отметим, что $V(z) \approx \frac{z}{\rho + \lambda}$ при малых z , но $V(z) \approx \frac{z}{\rho} - \frac{\lambda}{\alpha \rho^2}$ при больших z .

Интересно, что стоимость z/ρ имела бы машина с неизменной ИВ = z . Поэтому поправка $\lambda/(\alpha \rho^2)$ в последней формуле приближённо отражает частоту отказов и масштаб их последствий.

Поскольку у новой машины, по определению, $z = 1$, то из (3.3) находится её стоимость (в наших единицах измерения):

$$V(1) = \frac{1}{\rho} - \frac{\lambda}{\alpha\rho^2} \left[1 - e^{-\frac{\rho\alpha}{\rho+\lambda}} \right]. \quad (3.4)$$

Зависимость среднего остаточного срока службы машины от ее состояния.

Случайный остаточный срок службы машины, находящейся в состоянии z , обозначим через $\vartheta(z)$. Распределение этой случайной величины однозначно определяется производящей функцией её моментов $f(s, z) = \mathbf{E}[e^{s\vartheta(z)}]$. Найдя эту функцию, можно определить и другие характеристики этой случайной величины, в том числе и среднее значение $T(z)$ и дисперсию $D(z)$ остаточного срока службы машины. При этом важно отметить, что указанные функции непрерывны только при $z > 0$, а при $z = 0$ имеют разрыв. Объясним это.

Пусть z стремится к нулю, оставаясь положительным ($z \searrow 0$). Такую машину выгодно использовать по назначению, но при этом вероятность того, что очередной отказ окажется фатальным, будет возрастать, стремясь к единице, а средний остаточный срок службы машины будет сближаться со средним временем ее работы до отказа ($1/\lambda$). Поэтому при $z \searrow 0$ средний остаточный срок службы машины $T(z)$ будет стремиться к $1/\lambda$. В то же время при $z < 0$ машину выгодно немедленно утилизировать, и поэтому здесь $T(z) = 0$. По той же причине будет разрывной и функция $f(p, z)$.

Чтобы найти ее, рассмотрим машину в состоянии $z > 0$ на дату оценки. За малое время dt она может не отказать, и тогда останется в том же состоянии, но остаточный (от даты оценки) срок ее службы увеличится на dt . Если же (с вероятностью λdt) произойдет отказ, то машина перейдет в случайное состояние $u = z - \xi$, которому будет отвечать остаточный срок службы, равный $\vartheta(u)$ при $u > 0$ или нулю при $u < 0$. Поскольку вероятность события $u < 0$ равна $e^{-\alpha z}$, то отсюда вытекает, что:

$$\begin{aligned} f(s, z) &= \mathbf{E}[e^{s\vartheta(z)}] = \mathbf{E} \left\{ (1 - \lambda dt) e^{s[\vartheta(z) + dt]} + \lambda dt \left[\int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} e^{s\vartheta(u)} du + e^{-\alpha z} \right] \right\} = \\ &= (1 - \lambda dt)(1 + sdt) \mathbf{E}[e^{s\vartheta(z)}] + \lambda \alpha e^{-\alpha z} dt \int_0^z e^{\alpha u} \mathbf{E}[e^{s\vartheta(u)}] du + \lambda e^{-\alpha z} dt = \\ &= f(s, z) + dt \left\{ (s - \lambda) e^{\alpha z} f(s, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} f(s, u) du + \lambda \right\} e^{-\alpha z}. \end{aligned}$$

Такое равенство возможно только если:

$$(s - \lambda)e^{\alpha z} f(s, z) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha u} f(s, u) du + \lambda = 0. \quad (3.5)$$

По непрерывности, это уравнение будет справедливо и при $z = 0$, если только понимать $f(s, 0)$ как предел $f(s, z)$ при $z \searrow 0$. Для решения уравнения (3.5) обозначим $\int_0^z e^{\alpha u} f(s, u) du = G(s, z)$ и заметим, что $f(s, z) = e^{-\alpha z} G'_z(s, z)$. Это позволяет

представить (3.5) как дифференциальное уравнение: $(s - \lambda)G'_z(s, z) + \lambda \alpha G(s, z) + \lambda = 0$. Его решением с краевым условием $G(s, 0) = 0$ бу-

дет: $G(s, z) = \frac{1}{\alpha} \left\{ e^{\frac{\lambda \alpha z}{\lambda - s}} - 1 \right\}$.

Но тогда при всех $z > 0$ будет: $f(s, z) = e^{-\alpha z} G'_z(s, z) = \frac{\lambda}{\lambda - s} e^{\frac{s \alpha z}{\lambda - s}}$. Отсюда можно найти и плотность распределения остаточного срока службы, но она нам не понадобится.

Дифференцируя производящую функцию моментов $f(s, z)$ по s и полагая $s = 0$, можно найти математическое ожидание остаточного срока службы и его квадрата, дисперсию (D) и коэффициент вариации (v) этого срока. Производя вычисления, получаем:

$$T(z) = \mathbf{E}[\vartheta(z)] = f'_s(0, z) = \frac{1 + \alpha z}{\lambda}; \quad \mathbf{E}[\vartheta^2(z)] = f''_{ss}(0, z) = \frac{2 + 4\alpha z + \alpha^2 z^2}{\lambda^2};$$

$$D[\vartheta(z)] = \mathbf{E}[\vartheta^2(z)] - T^2(z) = \frac{1 + 2\alpha z}{\lambda^2}; \quad v[\vartheta(z)] = \frac{\sqrt{D[\vartheta(z)]}}{T(z)} = \frac{\sqrt{1 + 2\alpha z}}{1 + \alpha z}.$$

Отсюда, кстати видно, что $T(z) \rightarrow 1/\lambda$ при $z \searrow 0$, о чем говорилось выше.

Заметим теперь, что для новой машины $z = 1$, а остаточный срок службы совпадает с полным. Если к тому же учесть, что средний срок службы машин в наших единицах измерения равен единице, то из полученных формул вытекает,

что: $1 = \frac{1 + \alpha}{\lambda}$, $v = \frac{\sqrt{1 + 2\alpha}}{1 + \alpha}$. В таком случае имеем:

$$\alpha = \frac{1 - v^2 + \sqrt{1 - v^2}}{v^2}, \quad \lambda = 1 + \alpha = \frac{1 + \sqrt{1 - v^2}}{v^2} \quad (3.6)$$

Оценка РС работ. До сих пор мы предполагали РС единицы выполняемых машинами работ (p) известной. Полученные формулы позволяют её оценить.

Заметим, что ранее ИВ новой машины была принята за единицу, а стоимость новой машины в этих единицах — $V(1)$ определялась формулой (3.4). Обо-

значим через B_0 ИВ новой машины в рублях в год, и одновременно – коэффициент перевода наших единиц стоимости в рубли. Учтем теперь, что $B_0 = pW_0 - C_0$, где W_0 — производительность новой машины, C_0 — интенсивность её операционных затрат, выраженная в рублях в год.

Поскольку 1 рубль равен B_0 единицам стоимости, то стоимость новой машины в рублях будет равна $K = B_0V(1)$. Это позволяет определить вначале величину $B_0 = K/V(1)$, а затем и неизвестную РС единицы работ:

$$p = \left[\frac{K}{V(1)} + C_0 \right] / W_0.$$

На практике производительность машин и их операционные затраты периодически измеряются. Поэтому, теоретически, владелец машины может оценивать и интенсивность приносимых ею выгод $B = pW - C$, а, значит, и выявлять ситуации, когда она становится отрицательной — в этих ситуациях удельные операционные затраты C/W будут превышать p . Более того, зная ИВ конкретной машины, он может рассчитать ее относительную ИВ $z = B/B_0$, а затем оценить ее РС, используя формулу (3.3) и пересчитав результат в рубли (т.е. умножив соответствующую $V(z)$ на B_0).

Зависимости средних коэффициентов годности машины от возраста.

Выше мы выразили стоимость машины через ее состояние. Между тем, обычно оценщик знает только возраст оцениваемой машины, но ему не всегда известны ее операционные характеристики (а порой – и соответствующие характеристики новой машины, отвечающие тем условиям, в которых работает оцениваемая машина). Поэтому реализовать описанную выше процедуру оценки стоимости машины он сможет лишь в исключительных случаях. Гораздо чаще приходится оценивать подержанную машину, опираясь только на ее возраст и стоимость новой машины и используя рекомендуемые в литературе средние значения коэффициентов годности (см. раздел 1.4). Мы поступим так же, и построим зависимость средних коэффициентов годности от возраста. Для этого будем искать *регрессионную* зависимость стоимости машин от их возраста или, что то же самое, среднюю стоимость (ранее не утилизированных) машин каждого возраста t . Учтем при этом, что машины, «дожившие» до возраста t , за время t до даты оценки были новыми, т.е. находились в состоянии $z = 1$.

Найти их среднюю стоимость сразу не удаётся, и приходится решать более общую задачу. Чтобы ее сформулировать, обозначим через $G(z, t)$ группу машин, которые за время t до даты оценки находились в состоянии z , а через $V(z, t)$ среднюю их стоимость. Тогда искомая стоимость машин возраста t будет выражаться функцией $V(1, t)$.

Чтобы найти неизвестную функцию $V(z, t)$, установим связь между $V(z, t)$ и $V(z, t + dt)$. С этой целью рассмотрим машины группы $G(z, t + dt)$. Как мы видели ранее, вероятность того, что *какая-нибудь* машина с ИВ $=z$ «проживёт» еще время dt , равна $1 - \lambda e^{-\alpha z}$. Однако у машин этой группы фатальных отказов не было, и для них указанная (условная) вероятность равна 1. Поэтому для каждой из этих машин возможны две ситуации:

1) С вероятностью $\frac{1 - \lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt}$ за время dt машина не откажет, ее ИВ не

изменится, и она перейдет в группу $G(z, t)$;

2) Произойдет сбой машины, после чего её ИВ с вероятностью $\frac{\lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt} \alpha e^{\alpha(u-z)} du$ попадет в малый интервал $(u, u + du)$ на отрезке $(0, z)$, а машина перейдет в соответствующую группу $G(u, t)$.

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} V(z, t + dt) &\approx \frac{1 - \lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt} V(z, t) + \frac{\lambda dt}{1 - \lambda e^{-\alpha z} dt} \int_0^z \alpha e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du \approx \\ &\approx V(z, t) - \lambda dt (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha dt \int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du. \end{aligned}$$

Если учесть, что $V(z, t + dt) \approx V(z, t) + V'_t(z, t) dt$, отсюда находим:

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} = -\lambda (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha \int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du.$$

Если в этом равенстве обозначить $\int_0^z e^{\alpha(u-z)} V(u, t) du = R(z, t)$, то его можно

заменить системой двух уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial V(z, t)}{\partial t} = -\lambda (1 - e^{-\alpha z}) V(z, t) + \lambda \alpha R(z, t); \\ \frac{\partial R(z, t)}{\partial z} = V(z, t) - \alpha R(z, t). \end{cases} \quad (3.7)$$

Учтём теперь, что стоимость $V(z)$ машины в состоянии $z \geq 0$ определяется формулой (3.4), так что крайевыми условиями для системы (3.7) будут:

$$V(z, 0) = V(z) \text{ при } z > 0, \quad R(0, t) = 0. \quad (3.8)$$

Поскольку средняя стоимость машин возраста t составляет $V(1, t)$, а при $t = 0$ — совпадает со стоимостью новой машины $V(1)$, средний коэффициент годности для машин возраста t будет составлять

$$k(t) = V(1, t) / V(1, 0) = V(1, t) / V(1).$$

Отметим особо, что рассчитанные таким способом коэффициенты годности не зависят от того, в каких единицах измеряется стоимость машин. Саму же среднюю РС машин возраста t можно найти, умножив $k(t)$ на РС новой машины K .

Решить систему (3.7)–(3.8) и найти искомые средние коэффициенты годности $k(t)$ можно численными методами. Мы провели серию расчетов, в каждом из которых задавались нормированная ставка дисконтирования $\rho=rT$ в диапазоне $0\dots3$ и коэффициент вариации срока службы $\nu=0,2\dots0,7$. Соответствующие значения α и λ определялись по формулам (3.6).

Строились также зависимости средних коэффициентов годности машин от их относительного возраста (τ), который в данной модели совпадает с t .

Оказалось, что зависимости $k(\tau)$ почти не зависят ни от нормированной ставки дисконтирования ρ (по крайней мере, в диапазоне $0\dots3$). Такие зависимости для $\rho=1$ и ряда значений ν приведены на рис. 3.2.

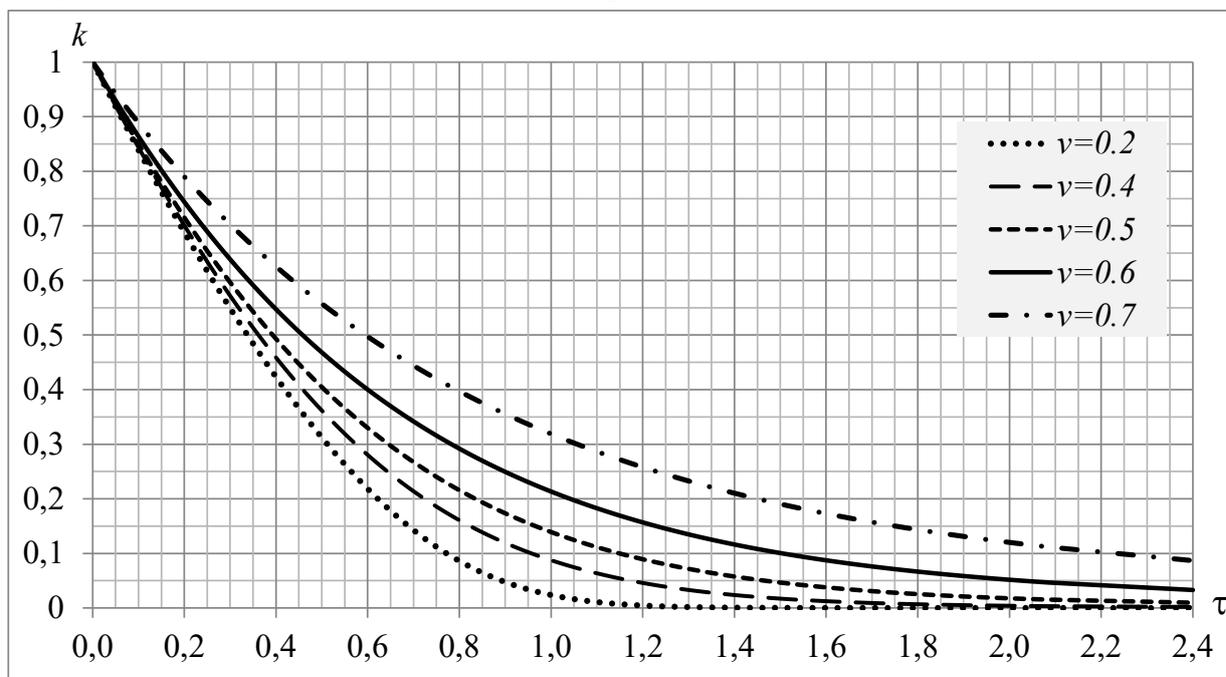


Рис. 3.2. Зависимости среднего коэффициента годности от относительного возраста машин при разных коэффициентах вариации срока их службы

В модели принималось, что инфляция отсутствует, а утилизационная стоимость машин нулевая. Освободиться от этих требований можно так же, как и в разделе 2.1. Для этого будем считать известными темп i групповой инфляции и утилизационную стоимость машин U . Нетрудно убедиться, что в этой ситуации все полученные выше формулы не изменятся, если заменить в них ставку дисконтирования r специальной ставкой, а стоимости, выгоды и затраты — соответствующими чистыми показателями. При этом «настоящий» коэффициент годности машины

возраста t будет определяться формулой: $(1-u)k(t)+u$, где $u=U/K$ — относительная утилизационная стоимость машин, а $k(t)$ определяется формулой (3.8).

3.4. Винеровский процесс деградации машин

В моделях главы 2 и раздела 3.1 деградация (ухудшение технического состояния) машины учитывалась непосредственно. При этом операционные характеристики машины с возрастом не улучшались. Однако на практике, наряду с «систематическим» ухудшением технического состояния машины могут иметь место случайные колебания режима ее работы и объемов расходуемых ресурсов. Кроме того, проводимое ТО машины может и (временно) улучшать ее техническое состояние. Наконец, даже при отсутствии инфляции возможны случайные снижения цен на ресурсы, необходимые для нормального использования машины. В этом случае, даже при ухудшении технического состояния машины, интенсивность приносимых ею выгод (ИВ) может увеличиваться. Здесь возраст уже не может служить приемлемым измерителем состояния машины.

На этом основании будем описывать ее ИВ, учитывая не только «систематическое» уменьшение ИВ со временем, но и случайные (в обе стороны) колебания ИВ, которые могут привести к (временному) увеличению ИВ. Изменения состояния машины со временем опишем моделью винеровского случайного процесса (процесса броуновского движения со сносом). Описание и исследование таких процессов требует применения достаточно сложного аппарата теории случайных процессов [52; 53]. Поэтому, чтобы упростить изложение, мы даем недостаточно математически строгие определения и доказательства некоторых формул.

(Стандартным) броуновским процессом называется случайная функция времени $B(t)$ такая, что:

- 1) $B(0) = 0$;
- 2) приращение процесса $B(t + \Delta) - B(t)$ на любом отрезке времени $[t, t + \Delta]$ имеет нормальное распределение со средним значением 0 и дисперсией Δ ;
- 3) для любого количества непересекающихся отрезков $[t_i + \Delta_i, t_i]$ приращения процесса на этих отрезках независимы.

Иными словами, (случайное) приращение процесса на любом отрезке времени зависит только от длины этого отрезка, но не от поведения процесса в прошлом или в будущем.

Рассмотрим машину в состоянии z на дату оценки (в момент времени 0). В данной модели принимается, что состояние $z(t)$ этой машины в момент времени t

описывается винеровским процессом: $z(t) = z - at + \sigma B(t)$, где $B(t)$ — стандартный броуновский процесс. Параметры данной модели $a > 0$ (снос) и $\sigma > 0$ (волатильность) отражают соответственно систематическое ухудшение состояния машины и масштаб случайных колебаний этого состояния за малую единицу времени.

Как и в разделе 3.3, единицу стоимости выберем так, чтобы состоянием новой машины было $z = 1$, а за единицу времени примем средний срок ее службы (T). В таких единицах хронологический возраст совпадет с относительным, а специальная ставка дисконтирования — с *нормированной* ставкой $\rho = rT$.

Дальнейшие рассуждения включают четыре этапа. Вначале мы найдем зависимость стоимости машины от ее состояния и РС единицы работ, затем — характеристики остаточного срока службы машины и, наконец, зависимость средних коэффициентов годности от возраста.

1. Зависимость стоимости машины от ее состояния.

РС машины, находящейся в состоянии z , обозначим через $V(z)$. Выясним основные свойства этой функции. Начнем с того, что она всегда неотрицательная. Кроме того, в любом состоянии $z > 0$ машина приносит положительные выгоды, а, следовательно, имеет и положительную стоимость: $V(z) > 0$ при $z > 0$.

Докажем, что функция $V(z)$ *неубывающая*. Рассмотрим две машины, находящиеся в момент 0 в состояниях x и $y > x$, причем первая используется наиболее эффективно. Очевидно, что при $V(x) = 0$ неравенство $V(y) \geq V(x)$ выполняется. Если же $V(x) > 0$, то условимся утилизировать вторую машину тогда же, когда и первую. Тогда при любой реализации броуновского процесса $B(t)$ интенсивность приносимых второй машиной выгод будет больше, чем у первой: $y - at + \sigma B(t) > x - at + \sigma B(t)$. Поэтому и сумма дисконтированных выгод для нее будет больше. Но для первой машины математическое ожидание такой суммы совпадает с ее стоимостью $V(x)$, а для второй машины — не превосходит ее стоимости $V(y)$, так что $V(y) \geq V(x)$.

Отсюда следует, что существует такое граничное значение $h \leq 0$, что $V(z) = 0$ при $z \leq h$, а в области $z > h$ функция $V(z)$ положительна и не убывает с ростом z , так что здесь машину целесообразно использовать по назначению.

Возьмем машину, которая в момент 0 находится в состоянии $z > h$. Интенсивность выгод $z(t)$, приносимых ею в более поздний момент t , составит либо $z - at + \sigma B(t)$, либо 0, в зависимости от того, когда ее утилизируют. Поэтому $z(t) < |z| + \sigma |B(t)|$.

Поскольку $B(t)$ — нормально распределенная случайная величина со средним 0 и дисперсией t , то среднее значение ее абсолютной величины

$\mathbf{E}[|B(t)|] = \sqrt{2t/\pi} < t+1$, так что $\mathbf{E}[z(t)] < |z| + \sigma(t+1) = \bar{z}(t)$. Отсюда и из принципа ожидания выгод следует, что стоимость нашей машины $V(z)$ меньше, чем определяемая формулой (2.10) стоимость (гипотетического) объекта, у которого в момент t ИВ $= \bar{z}(t)$:

$$V(z) < \int_0^{\infty} \bar{z}(t) e^{-\rho t} dt = \int_0^{\infty} [|z| + \sigma(t+1)] e^{-\rho t} dt = (|z| + \sigma)/\rho + \sigma/\rho^2.$$

Это значит, что функция $V(z)$ при $z \rightarrow +\infty$ растет не быстрее линейной.

Возьмем машину в состоянии $z > h$, имеющую стоимость $V(z)$. За малое время dt она принесет выгоды zdt , после чего окажется в случайном состоянии $z - a dt + \sigma dB$, где будет иметь стоимость $V(z - a dt + \sigma dB)$. Тогда в силу принципа ожидания выгод имеем:

$$V(z) \approx zdt + (1 - \rho dt) \mathbf{E}[V(z - a dt + \sigma dB)].$$

Заменяя здесь функцию V тремя членами ее разложения в ряд Тейлора и учитывая, что $\mathbf{E}[dB] = 0$, $\mathbf{E}[dB^2] = dt$, получаем:

$$\begin{aligned} V(z) &\approx zdt + (1 - \rho dt) \mathbf{E}[V(z - a dt + \sigma dB)] \approx zdt + \\ &+ (1 - \rho dt) \mathbf{E}\left[V(z) - V'(z)(a dt - \sigma dB) + 0,5 V''(z) \sigma^2 (a dt - \sigma dB)^2 \right] \approx \\ &\approx V(z) + \left[z - \rho V(z) - a V'(z) + 0,5 \sigma^2 V''(z) \right] dt. \end{aligned}$$

Это возможно, только если $0,5 \sigma^2 V''(z) - a V'(z) - \rho V(z) = -z$. Общее решение такого дифференциального уравнения имеет вид:

$$V(z) = z/\rho - a/\rho^2 + Q e^{-\lambda z} + R e^{\mu z}, \quad (3.9)$$

где Q и R — некоторые константы, а λ и μ — корни уравнения $0,5 \sigma^2 x^2 - ax - \rho = 0$:

$$\lambda = \left(\sqrt{a^2 + 2\rho\sigma^2} - a \right) / \sigma^2, \quad \mu = \left(\sqrt{a^2 + 2\rho\sigma^2} + a \right) / \sigma^2. \quad (3.10)$$

Но функция (3.9) с ростом z должна расти не быстрее линейной функции, поэтому $R = 0$ и, следовательно, при $z > h$

$$V(z) = z/\rho - a/\rho^2 + Q e^{-\lambda z}. \quad (3.11)$$

По непрерывности это равенство будет верно и при $z = h$. Но $V(h) = 0$, а $h \leq 0$, откуда и из (3.11) получим, что $Q e^{-\lambda h} = a/\rho^2 - h/\rho > 0$, так что $Q > 0$. В таком случае функция (3.11) в области $z > h$ будет выпуклой вниз. К тому же в этой области она должна возрастать по z и, следовательно, ее производная в точке h должна быть неотрицательной: $V'(h) \geq 0$.

Докажем, что на самом деле эта производная должна равняться нулю.

Действительно, пусть $V'(h) = q > 0$. Возьмем машину в состоянии $h + \varepsilon$. Ее стоимость имеет порядок ε , поскольку $V(h + \varepsilon) \approx V(h) + V'(h)\varepsilon = q\varepsilon$. За время ε эта

машина принесет выгоды $(h + \varepsilon)\varepsilon$ и окажется в (случайном) состоянии $w = h + \varepsilon + dz$, где будет иметь случайную стоимость S . Тогда в силу принципа ожидания выгод имеем $V(h + \varepsilon) = (h + \varepsilon)\varepsilon + (1 - r\varepsilon)\mathbf{E}[S]$. Левая часть этого равенства имеет порядок ε , поэтому тот же порядок должно иметь $\mathbf{E}[S]$ — среднее значение стоимости машины через время ε . Оказывается, что такого не может быть!

Для этого заметим, что величина $w - h = \varepsilon + dz = \varepsilon - a\varepsilon + \sigma dB$ имеет нормальное распределение со средним значением $(1 - a)\varepsilon$ и дисперсией $\sigma^2\varepsilon$.

Поэтому с вероятностью 0,2 будет $w - h > (1 - a)\varepsilon + 0,84\sigma\sqrt{\varepsilon}$. Если ε достаточно мало, правая часть этого неравенства превысит $0,5\sigma\sqrt{\varepsilon}$, и тогда окажется, что $w - h > 0,5\sigma\sqrt{\varepsilon} > 0$. Это означает, что с вероятностью 0,2 машина окажется в состоянии $w > h$, а ее стоимость будет определяться формулой (3.11): $S = V(w)$. Но функция V выпукла вниз, поэтому $S = V(w) \geq V(h) + V'(h)(w - h) > 0,5q\sigma\sqrt{\varepsilon}$. Итак, мы получили, что с вероятностью 0,2 стоимость S будет больше $0,5\sigma\sqrt{\varepsilon}$, а с дополнительной вероятностью будет не меньше нуля. Но тогда $\mathbf{E}[S] > 0,1q\sigma\sqrt{\varepsilon}$. Поэтому $\mathbf{E}[S]$ имеет порядок не меньше, чем $\sqrt{\varepsilon}$, хотя выше было показано, что оно имеет порядок ε . Полученное противоречие подтверждает, что $V'(h) = q = 0$.

Мы доказали, таким образом, что $V(h) = V'(h) = 0$. Отсюда и из (3.11) получаем два уравнения для неизвестных Q и h :

$$0 = V(h) = h/\rho - a/\rho^2 + Qe^{-\lambda h}; \quad 0 = V'(h) = 1/\rho - \lambda Qe^{-\lambda h}.$$

Решая эту систему и учитывая (3.10), найдем:

$$h = a/\rho - 1/\lambda = -\lambda\sigma^2/2\rho, \quad Q = e^{\lambda h}/\lambda\rho; \quad (3.12)$$

$$V(z) = [\lambda(z - h) + e^{-\lambda(z-h)} - 1]/\lambda\rho, \quad (z \geq h). \quad (3.13)$$

2. Оценка РС выполняемых машинами работ.

До сих пор РС единицы выполняемых машинами работ (p) считалась известной. Теперь, так же, как и в разделе 3.1, мы можем ее оценить.

Если измерять стоимости в рублях, а время в годах, то стоимость новой машины составляет K рублей, срок ее службы — T лет, а ее ИВ — $z_0 = pW_0 - C_0$, где W_0 — производительность новой машины, C_0 — интенсивность её операционных затрат, выраженная в рублях в год. Однако в принятых единицах измерения ИВ и средний срок службы новой машины приняты за единицу, а ее стоимость равна $V(1)$ и находится по формуле (3.13). Поскольку ИВ измеряется в единицах стоимости на единицу времени, то одна единица стоимости в нашей модели равна z_0T рублей. При этом стоимость новой машины в рублях составит $V(1)z_0T$. Поэтому

$K=V(1)z_0T$ и, значит, $K=V(1)(pW_0-C_0)T$. Отсюда находится неизвестная стоимость работ:

$$p = \left[\frac{K}{V(1)T} + C_0 \right] / W_0.$$

Теперь, зная p и периодически измеряя производительность машины и операционные затраты, владелец машины может оценивать и приносимые ею выгоды. В таком случае он сможет и выбрать подходящий момент для утилизации машины. Для этого ему достаточно установить, что интенсивность приносимых машиной выгод снизилась до предельного уровня (в наших единицах измерения он составляет h , в рублях в год - z_0h).

3. Характеристики остаточного срока службы машины

Обозначим (случайный) остаточный срок службы машины, находящейся в состоянии $z > h$, через $\vartheta(z)$. Найдем производящую функцию этого срока $f(s, z) = \mathbf{E}[e^{-s\vartheta(z)}]$. Для этого заметим, что машина в состоянии z через время dt перейдет в состояние $z - adt + \sigma dB$ и будет иметь остаточный срок службы $\vartheta(z - adt + \sigma dB)$. Поэтому $\vartheta(z) = dt + \vartheta(z - adt + \sigma dB)$ и

$$f(s, z) = \mathbf{E}[e^{-s\vartheta(z)}] = \mathbf{E}\{e^{-s[dt + \vartheta(z - adt + \sigma dB)]}\} = e^{-sdt} \mathbf{E}[f(s, z - adt + \sigma dB)].$$

Заменяя здесь функцию f тремя членами ее разложения в ряд Тейлора и учитывая, что $\mathbf{E}[dB] = 0$, $\mathbf{E}[dB^2] = dt$, получаем:

$$\begin{aligned} f(s, z) &= e^{-sdt} \mathbf{E}[f(s, z - adt + \sigma dB)] \approx \\ &\approx e^{-sdt} \left\{ f(s, z) - f'_z(s, z) \mathbf{E}[adt - \sigma dB] + 0.5 f''_{zz}(s, z) \sigma^2 \mathbf{E}[(adt - \sigma dB)^2] \right\} \approx \\ &\approx f(s, z) - \left[sf(s, z) + af'_z(s, z) - 0.5 \sigma^2 f''_{zz}(s, z) \right] dt. \end{aligned}$$

Это возможно, только если $sf(s, z) + af'_z(s, z) - 0.5 \sigma^2 f''_{zz}(s, z) = 0$. Общее решение этого уравнения имеет вид $f(s, z) = Le^{-\omega z} + Ne^{\delta z}$, где L и N – некоторые константы, а ω и δ — корни уравнения $s + ax - 0.5 \sigma^2 x^2 = 0$:

$$\omega = \omega(s) = (\sqrt{a^2 + 2s\sigma^2} - a) / \sigma^2, \quad \delta = \delta(s) = (\sqrt{a^2 + 2s\sigma^2} + a) / \sigma^2.$$

Но $0 < f(s, z) \leq 1$ при всех $z > h$, а это возможно только при $N = 0$. К тому же $\theta(h) = 0$, так что $f(s, h) = 1$. Поэтому $f(s, z) = \mathbf{E}[e^{-s\tau(z)}] = e^{-\omega(s)(z-h)}$.

Отсюда находятся первые два момента и коэффициент вариации случайной величины $\theta(z)$:

$$T(z) = \mathbf{E}[\theta(z)] = -f'_s(0, z) = \frac{z-h}{a}, \quad \mathbf{E}[\theta^2(z)] = f''_{ss}(0, z) = \frac{\sigma^2(z-h)}{a^3} + \frac{(z-h)^2}{a^2};$$

$$v[\tau(z)] = \sqrt{\frac{\mathbf{E}[\theta^2(z)]}{T^2(z)} - 1} = \frac{\sigma}{\sqrt{a(z-h)}}.$$

Применим эти равенства к новой машине, у которой $z = 1$ и средний срок службы $T(z) = 1$. Учитывая равенства (3.12) и (3.10), мы получим:

$$1 = \frac{1-h}{a}, \quad v = \frac{\sigma}{\sqrt{a(1-h)}}, \quad \lambda = \frac{\sqrt{a^2 + 2\rho\sigma^2} - a}{\sigma^2}, \quad h = -\frac{\lambda\sigma^2}{2\rho}.$$

Отсюда последовательно находим:

$$h = 1 - a; \quad \sigma = va; \quad \lambda = \frac{\sqrt{1 + 2\rho v^2} - 1}{av^2}; \quad h = -\frac{\lambda\sigma^2}{2\rho} = -a \frac{\sqrt{1 + 2\rho v^2} - 1}{2\rho}.$$

Эти равенства позволяют выразить a , h , λ и σ через ρ и v :

$$a = \frac{2\rho}{2\rho + 1 - \sqrt{1 + 2\rho v^2}}; \quad \sigma = va; \quad \lambda = \frac{\sqrt{1 + 2\rho v^2} - 1}{av^2}; \quad h = 1 - a. \quad (3.14)$$

Легко видеть, что $a > 1$, $h < 0$. Таким образом, даже при нулевой утилизационной стоимости оптимальное использование машины предусматривает ее утилизацию в момент, когда интенсивность приносимых ею выгод достигнет некоторого **отрицательного** уровня h (что, кстати, еще раз доказывает некорректность принятого в МСФО и МСО определения срока полезного использования актива).

4. Зависимости средних коэффициентов годности машины от возраста.

Чтобы найти средний коэффициент годности машин возраста t , надо знать среднюю стоимость таких машин. Мы будем искать ее так же, как и в разделе 3.1, но состояние машин будем измерять по-другому — показателем $y = z - h$. Тогда состоянием новой машины будет $y_0 = 1 - h = a$, предельными будут состояния $y \leq 0$, а стоимость машины в состоянии $y \geq 0$, обозначим ее $W(y)$, в силу (3.13) будет выражаться формулой

$$W(y) = (e^{-\lambda y} + \lambda y - 1) / \lambda \rho. \quad (3.15)$$

Положив здесь $y = a$, найдем стоимость новой машины:

$$W(a) = (e^{-\lambda a} + \lambda a - 1) / \lambda \rho. \quad (3.16)$$

Заметим теперь, что машины возраста t за время t до даты оценки были новыми, т.е. находились в состоянии a . Поэтому нам нужно найти среднюю стоимость машин, которые за время t до даты оценки находились в состоянии a . Для этого приходится решать более общую задачу — искать среднюю стоимость $W(y, t)$ машин, которые за время t до даты оценки находились в состоянии $y \geq 0$. Такая функция $W(y, t)$ удовлетворяет двум очевидным ограничениям:

$$W(y, 0) = W(y), \quad W(0, t) = 0. \quad (3.17)$$

Поскольку машина в состоянии $y \geq 0$ через малое время dt окажется в случайном состоянии $y - a dt + \sigma dB$, то

$$W(y, t + dt) = E[W(y - a dt + \sigma dB, t)] \approx W(y, t) - a W'_y(y, t) dt + 0,5 \sigma^2 W''_{yy}(y, t) dt.$$

Отсюда вытекает уравнение в частных производных для функции $W(y, t)$:

$$W'_t(y, t) = -a W'_y(y, t) + 0,5 \sigma^2 W''_{yy}(y, t). \quad (3.18)$$

Сделаем в нем подстановку:

$$W(y, t) = e^{\beta y + \gamma t} G(y, t), \quad \text{где } \beta = a/\sigma^2, \quad \gamma = -a^2/2\sigma^2. \quad (3.19)$$

Тогда (3.18) преобразуется в уравнение теплопроводности на полупрямой $G'_t(y, t) = 0,5 \sigma^2 G''_{yy}(y, t)$, краевые условия которого вытекают из (3.15), (3.17) и (3.19):

$$G(y, 0) = e^{-\beta y} W(y, 0) = e^{-\beta y} W(y) = [e^{-(\lambda+\beta)y} + (\lambda y - 1)e^{-\beta y}] / \lambda \rho, \quad G(0, t) = 0.$$

Решение такого уравнения задается известной формулой [54]:

$$\begin{aligned} G(y, t) &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi t}} \int_0^\infty G(x, 0) \left[\exp\left\{-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \right] dx = \\ &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi t}} \int_0^\infty \frac{e^{-(\lambda+\beta)x} + (\lambda x - 1)e^{-\beta x}}{\lambda \rho} \left[\exp\left\{-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \right] dx. \end{aligned}$$

Входящие сюда интегралы выражаются через функцию Φ стандартного нормального распределения. Однако эти выражения упрощаются, если использовать зависящую от Φ вспомогательную функцию:

$$\Omega(x) = e^{x^2/2} \Phi(-x).$$

Учитывая, что $W(y, t) = e^{\beta y + \gamma t} G(y, t)$, в результате получаем:

$$\begin{aligned} W(y, t) &= e^{\beta y + \gamma t} G(y, t) = \\ &= \frac{e^{\beta y + \gamma t - \frac{y^2}{2\sigma^2 t}}}{\lambda \rho} \left\{ \Omega\left(\left(\lambda + \beta\right)\sigma\sqrt{t} - \frac{y}{\sigma\sqrt{t}}\right) - \Omega\left(\left(\lambda + \beta\right)\sigma\sqrt{t} + \frac{y}{\sigma\sqrt{t}}\right) - \right. \\ &\quad \left. - (1 + \lambda\beta\sigma^2 t - \lambda y)\Omega\left(\beta\sigma\sqrt{t} - \frac{y}{\sigma\sqrt{t}}\right) + (1 + \lambda\beta\sigma^2 t + \lambda y)\Omega\left(\beta\sigma\sqrt{t} + \frac{y}{\sigma\sqrt{t}}\right) \right\}. \end{aligned}$$

Средняя стоимость машин возраста t получается из этой формулы, если в нее подставить $y = a$. При этом выражение существенно упрощается, поскольку входящие в него параметры $a, \sigma, \beta, \gamma, \lambda$ выражаются через известные величины ρ и ν равенствами (3.14) и (3.19).

$$a = \frac{2\rho}{2\rho + 1 - \sqrt{1 + 2\rho\nu^2}}; \quad \sigma = \nu a; \quad \lambda = \frac{\sqrt{1 + 2\rho\nu^2} - 1}{a\nu^2}; \quad \beta = \frac{1}{a\nu^2}, \quad \gamma = -\frac{1}{2\nu^2}.$$

В результате получается следующее выражение:

$$W(a, t) = \frac{e^{-\frac{(t-1)^2}{2v^2t}}}{\lambda\rho} \left\{ \Omega\left(\frac{t\sqrt{1+2\rho v^2}-1}{v\sqrt{t}}\right) - \Omega\left(\frac{t\sqrt{1+2\rho v^2}+1}{v\sqrt{t}}\right) - [1+\lambda a(t-1)]\Omega\left(\frac{t-1}{v\sqrt{t}}\right) + [1+\lambda a(t+1)]\Omega\left(\frac{t+1}{v\sqrt{t}}\right) \right\}.$$

Учтем теперь, что за единицу измерения времени в нашей модели принят средний срок службы машин, поэтому возраст машин (t), по сути, является *относительным* возрастом, который ранее обозначался τ .

При этом средняя стоимость машин относительного возраста τ будет равна $W(a, \tau)$, а средний коэффициент их годности $k(\tau)$ — отношением $W(a, \tau)/W(a, 0)$, где стоимость новой машины $W(a, 0)=W(a)$ определяется формулой (3.16). Отсюда вытекает выражение для $k(\tau)$:

$$k(\tau) = \frac{e^{-\frac{(\tau-1)^2}{2v^2\tau}}}{(e^{-\lambda a} + \lambda a - 1)} \left\{ \Omega\left(\frac{\tau\sqrt{1+2\rho v^2}-1}{v\sqrt{\tau}}\right) - \Omega\left(\frac{\tau\sqrt{1+2\rho v^2}+1}{v\sqrt{\tau}}\right) - [1+\lambda a(\tau-1)]\Omega\left(\frac{\tau-1}{v\sqrt{\tau}}\right) + [1+\lambda a(\tau+1)]\Omega\left(\frac{\tau+1}{v\sqrt{\tau}}\right) \right\}. \quad (3.20)$$

Напомним, что входящее сюда значение a зависит от коэффициента вариации срока службы v и нормированной ставки дисконтирования ρ и определяется формулой (3.14).

Поскольку $\Omega(x) \approx \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \approx \frac{x}{(x^2+1)\sqrt{2\pi}}$ для больших положительных x , из (3.20) можно вывести, что $k(\tau)$ при больших значениях τ убывает экспоненциально, примерно, как $\exp(-\tau/2v^2)$.

Поэтому при больших коэффициентах вариации срока службы v функция $k(\tau)$ с ростом τ будет убывать медленнее.

В табл. 3.1 и на рис. 3.3-3.4 приведены зависимости $k(\tau)$ для разных v .

Таблица 3.1

Зависимости коэффициентов годности машин от относительного возраста (τ)
и коэффициента вариации срока службы (ν) при $\rho=1$

τ	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,4$	$\nu = 0,5$	$\nu = 0,6$	$\nu = 0,7$
0	1	1	1	1	1	1
0,1	0,835	0,838	0,841	0,846	0,852	0,860
0,2	0,682	0,688	0,696	0,707	0,721	0,738
0,3	0,542	0,551	0,565	0,584	0,607	0,634
0,4	0,416	0,430	0,451	0,478	0,510	0,546
0,5	0,305	0,326	0,354	0,388	0,427	0,471
0,6	0,213	0,239	0,273	0,314	0,358	0,407
0,7	0,139	0,170	0,209	0,252	0,300	0,352
0,8	0,084	0,117	0,158	0,203	0,252	0,305
0,9	0,047	0,079	0,118	0,162	0,211	0,264
1	0,024	0,052	0,088	0,130	0,177	0,229
1,1	0,012	0,034	0,065	0,104	0,149	0,199
1,2	0,005	0,021	0,048	0,083	0,125	0,173
1,3	0,002	0,013	0,035	0,066	0,105	0,151
1,4	0,001	0,008	0,025	0,053	0,088	0,131
1,5	0,000	0,005	0,019	0,042	0,074	0,115
1,6	0,000	0,003	0,013	0,033	0,063	0,100
1,7	0,000	0,002	0,010	0,027	0,053	0,087
1,8	0,000	0,001	0,007	0,021	0,044	0,076
1,9	0,000	0,001	0,005	0,017	0,038	0,067
2	0,000	0,000	0,004	0,013	0,032	0,059
2,1	0,000	0,000	0,003	0,011	0,027	0,051
2,2	0,000	0,000	0,002	0,009	0,023	0,045
2,3	0,000	0,000	0,001	0,007	0,019	0,039
2,4	0,000	0,000	0,001	0,005	0,016	0,035
2,5	0,000	0,000	0,001	0,004	0,014	0,030
2,6	0,000	0,000	0,001	0,003	0,012	0,027
2,7	0,000	0,000	0,000	0,003	0,010	0,023
2,8	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,021
2,9	0,000	0,000	0,000	0,002	0,007	0,018
3	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,016

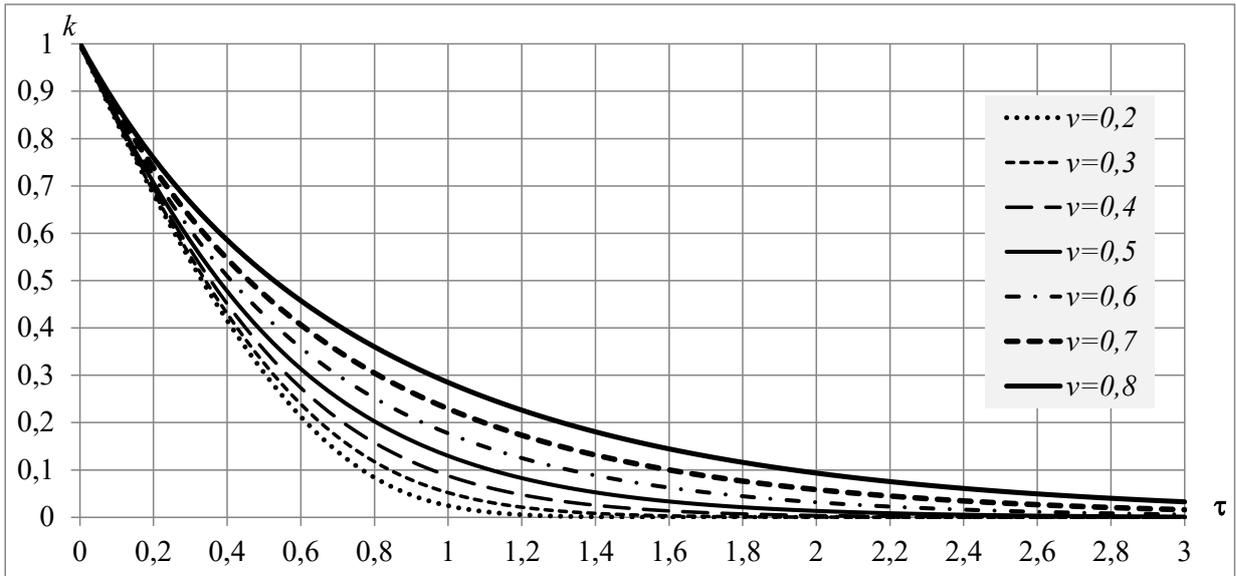


Рис. 3.3. Зависимости коэффициентов годности машин от относительного возраста (τ) и коэффициента вариации срока службы (ν) при $\rho=1$

Из рис. 3.4 видно, что значения $k(\tau)$ мало меняются при изменении специальной ставки дисконтирования в диапазоне от 0 до 3.

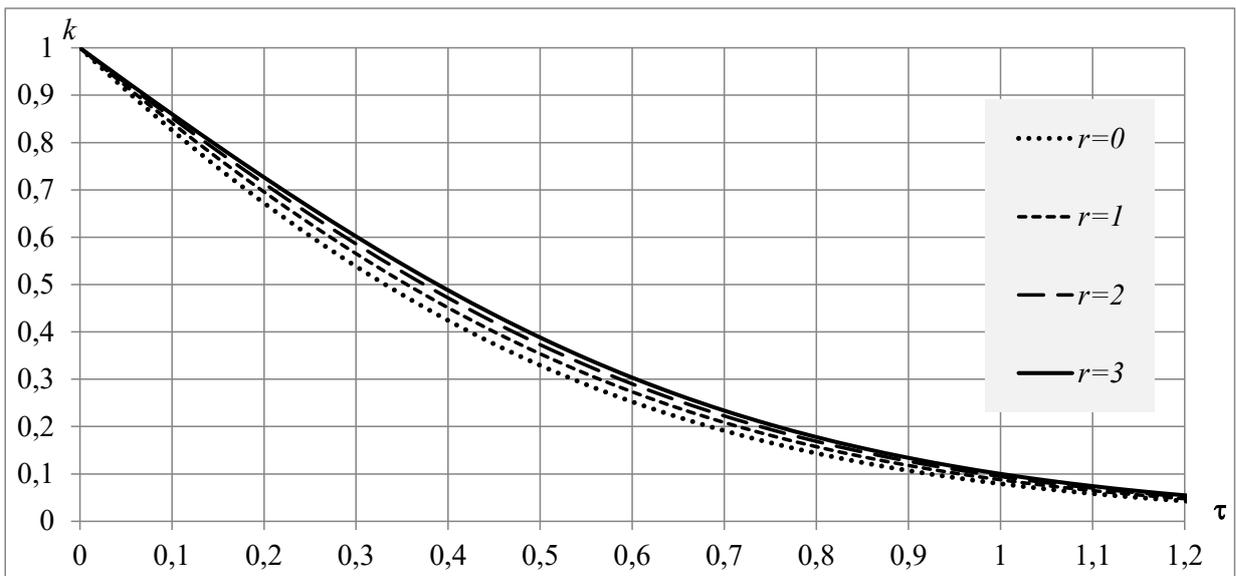


Рис. 3.4. Зависимости коэффициентов годности машин от относительного возраста (τ) при $\nu=0,4$ и разных значениях ρ

Предельное состояние h , при достижении которого машину следует утилизировать, зависит только от ν и ρ . Поскольку $h \leq 0$, величину $-h$ можно трактовать как максимальный уровень относительного (по отношению к ИВ новой машины) ущерба от использования машины в малую единицу времени. На рис. 3.5 представлена зависимость $-h(\nu)$ при разных значениях ставки дисконтирования. Как видим, с ростом ν предельный уровень ущерба быстро растет, а машины с большой вариацией срока службы эффективно использовать по назначению, пока приносимый

ими ущерб не составит по абсолютной величине 20...40% от выгод, приносимых новой машиной. Это оправдывает поведение некоторых компаний, продолжающих использовать, казалось бы, неэффективное, но долговечное оборудование, рассчитывая на то, что негативная экономическая ситуация в скором времени улучшится.

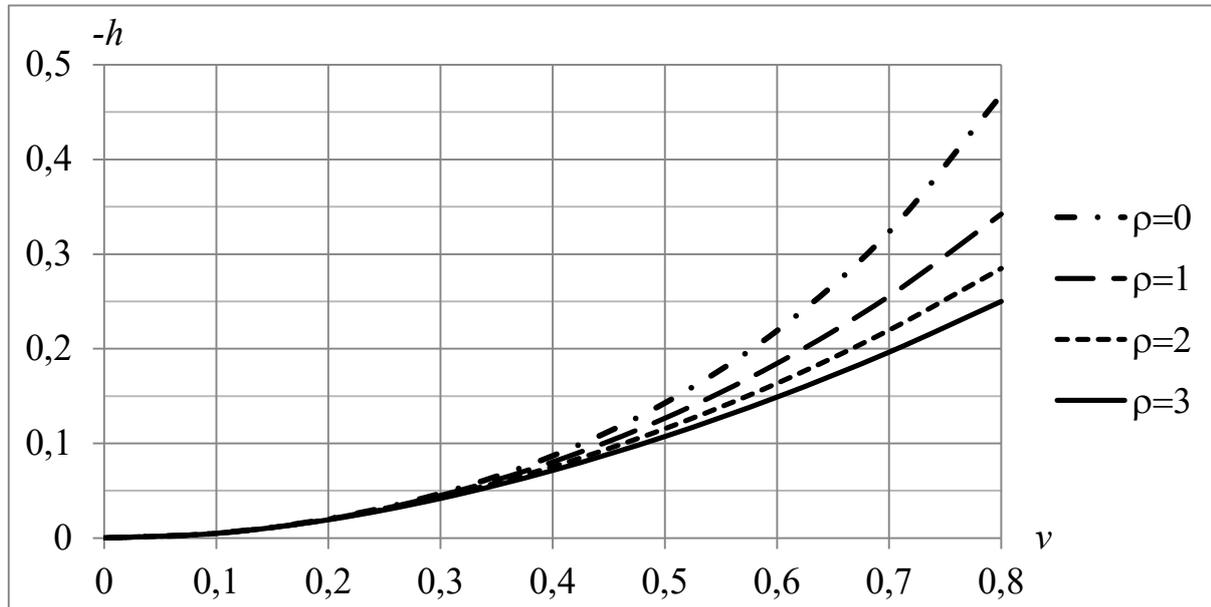


Рис. 3.5. Зависимость предельного уровня относительного ущерба ($-h$) от коэффициента вариации срока службы (v) при разных ставках дисконтирования

ГЛАВА 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕМОНТИРУЕМЫХ МАШИН

В этой главе мы рассматриваем машины, допускающие проведение капитального ремонта (КР), существенно улучшающего состояние машины. Жизненный цикл таких машин разбивается на межремонтные циклы (далее — циклы). Первый цикл начинается с ввода машины в эксплуатацию и заканчивается при направлении ее в КР. После первого ремонта начинается второй цикл, заканчивающийся направлением машины на новый ремонт и т.д. Последний, завершающий цикл заканчивается утилизацией машины.

Способ использования ремонтируемых машин в общем случае охватывает не только определенный способ ее эксплуатации (использования по назначению), но и определенное правило выбора подходящего момента проведения очередного ремонта или утилизации машины. Такие правила (скажем, в виде графиков ремонтов и планов утилизации) устанавливаются владельцами машины. Мы будем называть их *ремонтной политикой*. Мы попытаемся оптимизировать ремонтную политику в отношении ремонтируемых машин определенной марки. При этом понадобится сначала каким-то приемлемым способом описать возможные состояния ремонтируемой машины, чему будет посвящен специальный раздел 4.2. Различные модели оптимизации ремонтной политики строятся в разделах 4.3–4.5. При их описании мы сделаем ряд упрощающих предположений.

Прежде всего, примем, что инфляция отсутствует. Можно показать, что влияние групповой инфляции при этом проявится только в корректировке ставки дисконтирования, как это было в разделе 2.1.

Затраты на капитальный ремонт машины зависят от ее назначения и марки. Мы будем считать их не зависящими от того состояния, в котором машина находилась перед направлением в ремонт, и обозначим их через R . Отношение стоимости ремонта машины к стоимости такой же машины в новом состоянии называют относительной стоимостью ремонта. Для многих видов машин, по имеющимся данным, она составляет 20–35% [17]. Продолжительность КР машин обычно невелика, и мы будем считать процесс ремонта мгновенным.

По вопросу влияния капитального ремонта на стоимость машины мнения оценщиков расходятся. Приводимые в разных источниках сведения о том, насколько возрастает РС машины после капитального ремонта, существенно расходятся. Между тем, получить корректный ответ на этот вопрос можно, применив принцип ожидания выгод.

Применим его к машине, направляемой в ремонт на дату оценки, и расчетному периоду, заканчивающемуся в момент ввода отремонтированной машины в эксплуатацию. Мы получим, что РС машины перед ремонтом не превосходит разности между приведенными к началу периода РС машины после ремонта и РС ремонта, и совпадает с указанной разностью, если ремонт экономически целесообразен.

Во многих случаях КР машин проводятся тогда, когда это экономически целесообразно, и их продолжительность невелика (обычно не превышает нескольких месяцев). В таких случаях **РС машины до ремонта равна РС машины после ремонта за вычетом РС ремонта**, или, что то же самое, **РС машины после ремонта больше, чем до ремонта, на РС ремонта**. Такая позиция разделяется и авторами учебника [14].

Однако если КР проводится несвоевременно или его проведение экономически нецелесообразно (т.е. если машину выгоднее утилизировать, чем ремонтировать), то РС машины после ремонта увеличится меньше, чем на стоимость ремонта. Поскольку ремонты нередко проводятся несвоевременно, средние приросты стоимости машин после КР, указанные в [17], отличаются от средней стоимости КР в меньшую сторону.

Построенные модели оказываются достаточно сложными и не допускают простого аналитического решения, так что решать их приходится численными методами. В связи с этим возникает естественный вопрос: нельзя ли для оценки ремонтируемой машины использовать какие-то сравнительно простые формулы, предложенные в главах 2 и 3 применительно к неремонтируемым машинам, внося в них определенные корректировки. Положительный ответ на этот вопрос мы даем в разделе 4.1.

4.1. Приближенная оценка стоимости ремонтируемой машины

Ранее в этой книге мы рассматривали неремонтируемые машины. У таких машин динамика операционных характеристик может быть описана гладкими зависимостями. Для ремонтируемых машин положение иное — после каждого капитального ремонта их характеристики улучшаются. Соответствующие оптимизационные задачи при этом становятся значительно сложнее (мы рассмотрим их в следующих разделах). Между тем, оценочная практика нуждается в простых, пусть и приближенных методах стоимостной оценки, позволяющих учесть проводимые машине ремонты. Один из таких методов будет предложен ниже.

Допустим, что необходимо оценить РС ремонтируемую машину определенной марки возраста S . Стоимость K новой машины той же марки и ее утилиза-

ционная стоимость U известны. Будем считать, что оцениваемая машина работает в типичных условиях (в противном случае во всех последующих рассуждениях хронологический возраст потребуется заменить эффективным, применив подходящий коэффициент условий эксплуатации). В такой ситуации проще всего построить гладкую, не учитывающую влияния ремонтов, зависимость $V_s(t)$ средней стоимости машин²⁰ этой марки от возраста. Это можно сделать двумя способами:

1) используя сведения о рыночных ценах достаточно большого числа проданных или выставленных на продажу машин этой марки разного возраста, построить соответствующую гладкую регрессионную зависимость;

2) рассмотреть машину как неремонтируемую, оценить тем или иным способом среднее значение (T) и коэффициент вариации (v) срока службы машины и принять допущение об определенном характере зависимости ее операционных характеристик от возраста. Это позволит рассчитать средние коэффициенты годности $k_s(t)$ машин данной марки разного возраста по одной из моделей, описанных в главах 2 или 3. Зависимость стоимости машины от возраста при этом рассчитывается по формуле: $V_s(t) = k_s(t)K$.

Поскольку оцениваемая машина — ремонтируемая, в построенной зависимости не будут отражены последствия проводимых ей КР. Чтобы их учесть, необходима какая-то минимальная информация о стоимости и сроках проведения таких ремонтов. Будем считать, что нам известны следующие сведения: стоимость ремонта R и/или его относительная стоимость $c_r = R/K$;

- время d_w работы машины в текущем межремонтном цикле (если машина еще не ремонтировалась, оно совпадает с возрастом, в противном случае его можно оценить, зная, в каком возрасте машина прошла последний КР);

- ожидаемая длительность D текущего межремонтного цикла. Для ее оценки можно использовать фактические данные о длительности межремонтных циклов машин того же вида или рекомендуемые в технической литературе длительности циклов. Кроме того, в ряде случаев оказывается полезным привлечь технических специалистов, которые, обследовав машину, смогут дать прогноз оставшегося срока работы машины до окончания текущего цикла (т.е. до следующего ремонта или утилизации).

Будем считать также, что фактическая продолжительность КР невелика, а фактические длительности межремонтных циклов у машин данной марки случайно колебались вблизи рациональных (типичных) значений.

²⁰ Напомним, что оборот «средняя стоимость машин возраста s » означает не какой-то особый вид стоимости, а среднюю рыночную стоимость машин, доживших до соответствующего возраста.

Оценка стоимости машины проводится по-разному для машин, проходивших КР и не ремонтировавшихся ранее. Рассмотрим оба эти случая.

Случай 1. Оцениваемая машина не проходила ремонта.

Рассмотрим группу аналогичных машин той же марки, имеющих возраст, близкий к D . Разделим ее на две подгруппы. В первую включим машины, прошедшие ремонт, во вторую — те, которые еще не ремонтировались. Поскольку длительность цикла типичная, то в каждую подгруппу войдет примерно половина машин группы. Обычно момент ремонта каждой машины назначают рационально, но фактически машины ремонтируются с небольшими отклонениями от назначенных сроков. Поэтому стоимость машины после КР увеличивается примерно на стоимость ремонта R . Такая же примерно разница должна быть между средними стоимостями машин первой и второй подгруппы.

Учтем теперь, что средняя стоимость машин возраста t определяется ранее построенной зависимостью $V_s(t)$. Поэтому мы знаем и среднюю стоимость $V_s(D)$ машин возраста D , т.е. среднюю стоимость машин обеих подгрупп. Поскольку количество машин в обеих подгруппах примерно одинаково, то средняя стоимость машин первой подгруппы будет равна $V_s(D) + R/2$, а второй — $V_s(D) - R/2$. Тогда коэффициент годности машин возраста D перед КР составит $k(D) = [V_s(D) - R/2]/K = k_s(D) - c_r/2$. При этом $k_s(D) - k(D) = c_r/2$. Рассмотрим теперь разность $\Delta(t) = k_s(t) - k(t)$ между средним коэффициентом годности машин возраста t , исчисленным без учета ремонта и аналогичным коэффициентом, исчисленным с учетом ремонта. Из изложенного выше следует, что функция $\Delta(t)$ принимает значение $c_r/2$ при $t=D$. Кроме того, очевидно, что она обращается в нуль при $t=0$. Если принять условно, что с возрастом она в данном цикле изменяется по линейному закону, мы получим, что для оцениваемой машины возраста $S=d_w$ должно быть $\Delta(S) = c_r S/2D$ и, следовательно,

$$k(S) = k_s(S) - c_r S/2D. \quad (4.1)$$

Случай 2. Оцениваемая машина прошла последний КР в возрасте $S-d_w$.

Тогда в начале текущего цикла возраст машины был $S-d_w$, а в конце этого цикла он составит $S-d_w + D$. Как и в случае 1, нетрудно получить приближенные выражения для средних коэффициентов годности машин данной марки в начале текущего цикла и в конце его (перед следующим КР):

$$k(S-d_w) = k_s(S-d_w) + c_r/2; \quad k(S-d_w + D) = k_s(S-d_w + D) - c_r/2.$$

Из этих равенств вытекает, что функция $\Delta(t) = k_s(t) - k(t)$ принимает значение $-c_r/2$ при $t=S-d_w$ и значение $c_r/2$ при $t=S-d_w + D$, т.е. увеличивается на c_r

при увеличении возраста на D . Если принять условно, что с возрастом она в данном цикле изменяется по линейному закону, мы получим, что для оцениваемой машины возраста s должно выполняться равенство:

$$\Delta(S) = -c_r/2 + c_r d_w/D = c_r (d_w/D - 1/2) \text{ и, следовательно,}$$

$$k(S) = k_s(S) - c_r (d_w/D - 1/2). \quad (4.2)$$

В частности, если машина отработала больше половины данного цикла, средний коэффициент ее годности, исчисленный без учета ремонтов, требуется уменьшить, в противном случае — увеличить.

Формулы (4.1)-(4.2) дают искомое приближенное значение $k(S)$.

4.2. Характеризация состояний ремонтируемых машин

Ранее состояния неремонтируемых машин мы характеризовали их наработкой или возрастом, хронологическим (ХВ) или эффективным (ЭВ). Однако для ремонтируемых машин такой способ не подходит. Действительно, рассмотрим машину, дожившую до некоторого возраста и направленную в КР. Очевидно, что после КР машина оказалась в лучшем техническом состоянии, хотя ее возраст и наработка практически не изменились. Значит, ни возраст, ни наработка не могут адекватно отразить изменение состояния машины после КР. Остается ЭВ.

В свое время японский математик Кидзима предложил в [55] две модели, позволяющие с помощью показателя эффективного (в оригинале – виртуального) возраста учесть последствия и даже качество ремонта машины. В начале эксплуатации машины ее эффективный возраст совпадает с обычным, но после каждого ремонта уменьшается: в модели I это уменьшение пропорционально ЭВ машины перед ее ремонтом, в модели II — длительности закончившегося цикла. После этого, на протяжении очередного цикла, ЭВ растет синхронно с «обычным» возрастом. Соответствующие коэффициенты пропорциональности q при этом учитывают «качество» ремонта (значению $q = 0$ отвечает ремонт, возвращающий машину в состояние, которое она имела перед ремонтом — *минимальный* ремонт, значению $q = 1$ отвечает ремонт, переводящий машину в новое состояние — *совершенный* ремонт). Начиная с 1990-х гг., эти модели широко использовались в теории надежности и не раз обобщались. Но рассмотрим их более внимательно.

Допустим, что некоторая машина использовалась в первом цикле наиболее эффективно, не подвергалась отказам, и была направлена в первый ремонт в возрасте t . Пусть t_1 — ЭВ машины после ремонта, однозначно определяющий ее техническое состояние. Согласно моделям Кидзимы, должно быть $t_1 < t$. Заметим те-

перь, что наша машина в свое время (до ремонта) уже была в состоянии $ЭВ = t_1$. Но при наших предположениях оптимальный способ использования машины должен зависеть только от ее ЭВ (если он будет зависеть от какой-то еще характеристики машины, то состояние машины придется описывать и ЭВ и этой характеристикой). Поэтому машину после ремонта наиболее эффективно использовать так же, как и машину с $ЭВ = t_1$ до ремонта, т.е. использовать по назначению до достижения возраста t . При таком способе использования ЭВ машины все время будет колебаться между t_1 и t , а срок ее службы окажется неограниченным, чего для реальных машин не бывает ввиду наличия *неустранимого* физического износа (см. раздел 1.1). Неадекватность моделей типа Кидзимы даже для описания влияния ремонтов на надежность технических систем отмечена и в [42].

Влияние неустранимого износа технические специалисты видят в том, что для многих машин второй межремонтный цикл оказывается короче первого, третий — короче второго и т.д. Да и при оценке машин учитывается, что после каждого КР стоимость машины оказывается меньше, чем после предыдущего. Разумеется, эти обстоятельства в теории надежности пытаются учесть, и во многих моделях принимают, что операционные характеристики и показатели надежности машины зависят не только от ее ЭВ, но и от каких-то характеристик истории ее использования (например, от длительностей или количества пройденных межремонтных циклов). Тем самым, ЭВ перестает быть единственной характеристикой состояния машины, но характеризует ее состояние в определенном цикле. Рост ЭВ при этом отражает деградацию машины на протяжении цикла, а прирост ЭВ за единицу времени — *скорость* такой *деградации* (в моделях Кидзимы в каждом цикле ЭВ эта скорость равнялась единице).

Указанные обстоятельства были учтены Ламом, предложившим в 1988 г. модель геометрического процесса обновления. В его модели [56] состояние машин в каждом цикле, по сути, характеризуется эффективным возрастом (ЭВ), равным нулю в начале цикла. В первом цикле ЭВ совпадает с отработанным в цикле временем (s), а в каждом следующем цикле — пропорционален ему, причем коэффициент пропорциональности с увеличением номера цикла (n) растет в геометрической прогрессии, так что в n -м цикле $ЭВ = a^{n-1}s$, $a > 1$.

Развивая идею Лама, многие авторы предложили различные обобщения его модели. В небольшом обзоре, приведенном в [57], показано, что почти все эти модели укладываются в общую схему: $ЭВ = a_n s + b_n$. Здесь в каждом n -м цикле скорость деградации (a_n) — своя. Однако основным недостатком таких моделей является не очень реалистичное допущение о *совершенном* ремонте (переводящем машину в новое состояние).

Как видим, характеризовать состояние ремонтируемой машины каким-то одним числовым показателем не удастся. Но если для этого нужны, как минимум, два показателя, то необходимость использования показателей типа ЭВ отпадает — можно воспользоваться теми, которые участники рынка используют практически. А обычно участники рынка истории эксплуатации машины в полном объеме не знают, и могут предоставить информацию лишь о ее «ближайшем прошлом».

На этом основании мы, как и в [58], характеризуем состояние ремонтируемой машины упорядоченной парой (z, s) , где z — ее возраст в начале текущего межремонтного цикла (ВН), s — время ее работы в текущем межремонтном цикле (ВЦ), т.е. после последнего КР. Эти характеристики обычно известны для любой оцениваемой машины. Возраст машины при этом будет суммой $z+s$ (поэтому, зная возраст машины и ее ВЦ, можно рассчитать и ее ВН). Наиболее существенным при принятой характеристике состояний является то, что состояние машины в начале каждого цикла зависит только от ее возраста, но не от *истории эксплуатации*. Подчеркнем, что такое допущение принято не для красоты модели и не для ее упрощения. Есть достаточно красивые и простые модели, требующие информацию обо всей истории использования машины, но именно по этой причине применить их к задачам управления конкретной подержанной машиной не удастся.

Поскольку до очередного ремонта характеристики машины ухудшаются, то при $s > s'$ состояние (z, s) будет лучше, чем (z, s') . Кроме того, неустранимый износ в начале каждого цикла больше, чем в начале предыдущего, поэтому при $z > z'$ состояние $(z, 0)$ будет лучше, чем $(z', 0)$. Поэтому, если на дату оценки машина находится в состоянии $(z, 0)$, то при дальнейшем ее использовании ее состояние будет хуже, чем $(z, 0)$.

Далее мы будем использовать примерно те же обозначения, что и в главе 2, только теперь характеристики машины будут определяться ее состоянием (ВН, ВЦ), т.е. становятся функциями двух переменных:

p — РС единицы выполняемых машиной работ;

U — утилизационная стоимость машины;

$V(z, s)$ — рыночная стоимость машины в состоянии (z, s) ;

$V_n(z, s) = V(z, s) - U$ — ее чистая рыночная стоимость;

$W(z, s)$ — ее производительность;

$C(z, s)$ — интенсивность ее операционных затрат,

$C_n(z, s) = C(z, s) - rU$ — интенсивность ее чистых операционных затрат,

$B_n(z, s) = pW(z, s) - C_n(z, s)$ — интенсивность ее чистых выгод;

Межремонтный цикл, начинающийся из состояния $(z, 0)$ будем далее обозначать через M_z . У всех машин в этом цикле будет $ВН = z$.

Основными операционными характеристиками машины мы считаем ее производительность $W(z,s)$ и интенсивность ее чистых операционных затрат $C_n(z,s)$, а также опасность фатальных отказов $\lambda(z,s)$.

Отметим два важных свойства этих характеристик.

1. Поскольку с ростом z или s состояние машины ухудшается, функция $W(z,s)$ должна не возрастать, а $C_n(z,s)$ и $\lambda(z,s)$ – расти по каждому аргументу. Более того, как и в главе 2, мы будем считать, что $C_n(z,s) \rightarrow \infty$ при $z+s \rightarrow \infty$. В вероятностных моделях достаточно, чтобы только одна из функций $C_n(z,s)$ и $\lambda(z,s)$ росла неограниченно с ростом $z+s$.

2. Если машине в состоянии (z,s) сделать КР, она перейдет в состояние $(z+s,0)$, где ее характеристики будут лучше. Поэтому должны выполняться неравенства:

$$W(z+s,0) > W(z,s), \quad C_n(z+s,0) < C_n(z,s), \quad \lambda(z+s,0) < \lambda(z,s). \quad (4.3)$$

При этих предположениях $B_n(z,s) \rightarrow -\infty$ при $z+s \rightarrow \infty$. Тогда найдется такое наибольшее T^* , для которого $B_n(T^*,0) \geq 0$. Отсюда сразу же следует, что ни ремонтировать машину в возрасте $z > T^*$, ни использовать по назначению машину в цикле M_z при $z > T^*$ неэффективно. Поэтому $V_n(z,0) = 0$ при $z \geq T^*$, но $V_n(z,0) > 0$ при $z < T^*$.

Отметим особо, что для машин, работающих в разных условиях или режимах, зависимости $W(z,s)$ и $C(z,s)$ могут различаться. При этом остается неясным, как «склеиваются» такие зависимости при переводе машины из одних условий в другие.

4.3. Зависимости операционных характеристик машины от ее состояния

Для практического применения построенных моделей необходимо задать зависимости основных операционных характеристик машины от ее состояния. Этой проблемой занимались многие специалисты. Особенно много публикаций посвящено зависимостям характеристик машин от возраста. Как правило, обследовалась большая группа эксплуатируемых машин одной марки, выявлялись (обычно по отчетным данным за один год) характеристики каждой машины, а по полученным данным строилась линейная или иная простая регрессионная зависимость. Приемлемая точность результатов обеспечивалась только при достаточно большом количестве обследуемых машин. К тому же, обычно не проверялось, годятся ли найденные зависимости для других лет и, тем более, для машин других марок. Между тем, учитывая, что адекватно описать состояния ремонтируемой машины

одной переменной невозможно, мы характеризуем эти состояния двумя переменными (возрастом в начале текущего межремонтного цикла, ВН, и временем работы в этом цикле, ВЦ). Ясно, что обследование ограниченного количества машин одной марки не позволит с приемлемой точностью установить зависимости характеристик машин от этих переменных. По этой причине представляется целесообразным каким-то способом выразить функции двух переменных $W(z, s)$ и $C_n(z, s)$ через какие-то имеющие «технический» смысл функции одного переменного, которые можно установить по данным наблюдений за машинами. Пожалуй, наиболее простыми из таких функций будут те, которые описывают динамику характеристик машины в первом межремонтном цикле, т.е. до первого КР.

Рассмотрим теперь машину, прошедшую первый КР в возрасте z . Ее характеристики после ремонта улучшаются. Наиболее просто это описывается в моделях Кидзимы — принимается, что после ремонта характеристики становятся такими же, как у машины пропорционально меньшего возраста qz , где q — лежащий между 0 и 1 параметр, отражающий качество ее ремонта или степень «восстановления ее характеристик» («омоложения») после ремонта.

В моделях Кидзимы характеристики машины, начавшей второй цикл в возрасте z , меняются так же, как у машины возраста qz в первом цикле. В разделе 3.1 мы показали, что это не позволяет учесть влияние неустраняемого износа. Поэтому динамику характеристик машины во втором цикле необходимо описывать иными моделями. Две такие модели предлагаются ниже. Опишем их применительно к какой-то характеристике X машины, не конкретизируя эту характеристику. Значение характеристики X у машины возраста t в первом межремонтном цикле, т.е. $X(0, t)$ обозначим через $f(t)$.

Модель 1 [58]. Изменение характеристики X за время t , т.е. приращение $f(t) - f(0)$ обусловлено как устранимым, так и неустраняемым износом. Примем, что последний определяет какую-то определенную долю q указанного прироста, причем после ремонта она сохраняется, а устранимый износ «исчезает». Тогда в начале второго цикла изменение характеристики (по сравнению с новым состоянием) составит $q[f(z) - f(0)]$. Далее, через время s , неустраняемый износ «продолжится» и составит $q[f(z+s) - f(0)]$, а устранимый — «начнется снова» и составит $(1 - q)[f(s) - f(0)]$. В результате в состоянии (z, s) значение характеристики X окажется равным $f(0) + q[f(z+s) - f(0)] + (1 - q)[f(s) - f(0)]$. Упрощая эту сумму, получим окончательно:

$$X(z, s) = qf(z+s) + (1-q)f(s). \quad (4.4)$$

Нетрудно убедиться, что обязательные требования (4.3) к зависимостям $W(z, s)$ и $C_n(z, s)$ в этой модели будут выполняться.

Сходная модель, в которой зависимости для каждого цикла увязывались с такими же зависимостями в предыдущем цикле, предложена в [59]. Используется она и в ряде других публикаций по теории надежности.

Однако у данной модели есть серьезный недостаток. Поясним его на примерах. Начнем с того, что зависимости производительности и операционных затрат от возраста, установленные по фактическим данным для машин разных видов и марок, обычно аппроксимируются линейными или экспоненциальными функциями. На этом основании рассмотрим два случая: 1) $f(t) = at + c$ и 2) $f(t) = ae^{ht} + c$. Используя формулу (4.2), можно показать, что $X(z, s) = f(y + s)$, где в первом случае $y = qz$, а во втором — $y = \ln[qe^{hz} + 1 - q]/h$. Это значит, что у машины возраста z , после прохождения ремонта характеристика со временем меняется так же, как у не проходившей ремонт машины меньшего возраста y в первом цикле. Такая же ситуация имела место и в модели I Кидзимы, и выше уже говорилось, что подобная динамика характеристик машины невозможна из-за неустраняемого физического износа.

Пусть теперь $f(t) = a(t + h)^2 + c$, $a > 0$. Такого типа зависимости имеют место, например, для операционных затрат или опасности отказов. Тогда из (4.2) найдем:

$$X(z, s) = qf(z + s) + (1 - q)f(s) = aq(z + s + h)^2 + a(1 - q)(s + h)^2 + c = f(y),$$

где $y = \sqrt{q(z + s + h)^2 + (1 - q)(s + h)^2} - h$.

Это значит, что у машины, находящейся в состоянии (z, s) , характеристика будет такой же, как и у (другой) машины возраста y в первом цикле. Выясним, с какой скоростью будет расти эта характеристика у обеих машин со временем, для чего найдем производные характеристик по времени работы в цикле (s) . У первой машины эта скорость составит $X'_s(z, s) = 2aq(z + s + h) + 2a(1 - q)(s + h) = 2aqz + 2a(s + h)$, а у второй — $f'(y) = 2a(y + h) = 2a\sqrt{q(z + s + h)^2 + (1 - q)(s + h)^2}$. Нетрудно убедиться, что первое выражение меньше второго. Это значит, что за одно и то же малое время характеристика первой машины ухудшится меньше, чем у второй, хотя более естественным было бы обратное явление, которое, как можно проверить, имеет место для $f(t) = a \ln(t + h) + c$, $a > 0$.

Отсюда вытекает, что данная модель может быть адекватной только при выполнении определенных *математических* требований к спецификации зависи-

мостей $f(t)$ характеристик машины от ее состояния. Подобные требования не связаны с какими-то «техническими» сторонами процесса использования машин, что не позволяет рекомендовать модель 1 для практического применения.

Модель 2 строится на базе одного из обобщений модели Лама [56; 57] (см. раздел 3.1), в которой в каждом n -м цикле характеристика X зависит от эффективного возраста $\text{ЭВ} = a_n s + b_n$, $a_1 = 1$, $b_1 = 0$. Здесь характеристика машины с определенным ВЦ (s) зависит только от количества ранее проведенных ремонтов, но не от сроков их проведения. К тому же информация о количестве проведенных машине ремонтов известна не всегда. По этим причинам подобная модель представляется не очень удобной для практического применения, хотя в ней, в отличие от моделей Кидзимы, скорость деградации (см. раздел 3.1) a_n во втором и последующих циклах больше единицы.

На этом основании представляется целесообразным рассмотреть аналогичную модель, где скорость деградации увязана не с номером межремонтного цикла, а с моментом его начала. Тогда соответствующая зависимость характеристики X от состояния машины, назовем ее скорректированной моделью Лама (СМЛ), примет вид:

$$X(z, s) = f(a(z)s + b(z)), \quad a(0) = 1, \quad b(0) = 0. \quad (4.5)$$

Как и в модели 1, функция f при этом отражает зависимость характеристики от возраста в первом межремонтном цикле.

Заметим, что при $a(z) = 1$, $b(z) = qz$, модель (4.3) превращается в модель Кидзимы I, которая неоднократно применялась для оптимизации ремонтной политики, однако не позволяет адекватно учесть неустранимый физический износ. В модели Лама это учитывалось тем, что скорость деградации машины в каждом следующем цикле возрастала. Естественно принять, что и в СМЛ скорость деградации $a(z)$ растет с увеличением ВН (z).

Обратим внимание, что СМЛ должна отражать улучшение состояния машины после ремонта. Для этого, в силу (4.3), необходимо выполнение неравенства $X(z, s) > X(z+s, 0)$. Заменив здесь функцию X ее выражением (4.3), получим, что $a(z)s + b(z) > b(z+s)$ или, что то же самое, $a(z) > [b(z+s) - b(z)]/s$. Поскольку $a(z) \geq a(0) = 1$, $b(0) = 0$, для этого достаточно (но не необходимо), чтобы функция $b(z)$ была неограниченно возрастающей, а ее производная была меньше 1.

Ранее мы потребовали, чтобы интенсивность чистых затрат $C_n(z, s)$ неограниченно росла с увеличением возраста. При указанных выше условиях это требование будет выполнено, если соответствующая функция f будет неограниченно

расти при неограниченном росте аргумента, поскольку $a(z)s + b(z) \rightarrow \infty$ при $z+s \rightarrow \infty$.

Разумеется, получить практически применимые результаты можно, если функции $a(z)$ и $b(z)$ в СМЛ, удовлетворяющие указанным выше требованиям, будут заданы параметрически, для чего нужны, как минимум, два параметра. По нашему мнению, удовлетворительные результаты можно получить, если принять, как и в моделях Кидзимы, $b(z) = qz$. А для функции $a(z)$ можно предложить два варианта: $a(z) = 1 + \gamma z$ и $a(z) = e^{\gamma z}$. При этом скорость деградации с увеличением ВН (z) на малую единицу увеличивается в первом случае — на постоянную величину (γ), во втором — на постоянный процент (100γ), как в модели Лама. В результате возникают два варианта зависимости характеристики машины от ее состояния:

$$X(z, s) = f((1 + \gamma z)s + qz) \text{ и } X(z, s) = f(e^{\gamma z}s + qz). \quad (4.6)$$

Нетрудно убедиться, что обязательные требования (4.3) к зависимостям $W(z, s)$ и $C_n(z, s)$ в обоих вариантах этой модели будут выполняться.

Чтобы подтвердить или опровергнуть правомерность применения подобных зависимостей к реальным машинам, необходимо достаточно детально установить зависимости производительности, операционных затрат и опасности отказа машин от их возраста и времени работы в соответствующем межремонтном цикле. Насколько известно автору, такого рода исследования не проводились, не проверялась и адекватность моделей Кидзимы применительно к реальным машинам. Поэтому предложенные зависимости могут рассматриваться лишь как некие **гипотезы**, а при стоимостной оценке машин — как соответствующие **допущения** (в терминологии МСО).

4.4. Оптимизация ремонтной политики в детерминированной ситуации

Уже в разделе 2.1 мы видели, что задача оптимизации срока службы машины, по сути, превратилась в задачу установлении правила выбора лучшего варианта дальнейшего использования машины. Аналогичная ситуация возникает и в отношении ремонтируемых машин, только здесь выбирать приходится из трех вариантов: продолжение эксплуатации, утилизация и КР. При этом возникает, по сути, задача оптимизации ремонтной политики (разумеется, в сильно упрощенном виде).

Решается эта задача теми же методами, что и в разделе 2.1.

Машину, находящуюся на дату оценки в состоянии (z, s) , можно использовать одним из трёх способов.

1. Утилизировать. Такой способ принесет выгоды в размере утилизационной стоимости машины U .

2. Отремонтировать. Это потребует затрат R , после чего машина окажется в состоянии $(z+s, 0)$ и будет иметь стоимость $V(z+s, 0) = V_n(z+s, 0) + U$. Суммарные выгоды от *использования* машины этим способом (включая стоимость машины в конце периода) составят $V_n(z+s, 0) - R + U$.

3. Использовать по назначению в течение малого периода dt . Тогда машина принесет выгоды в размере $B(z, s)dt = [B_n(z, s) + rU]dt$, а через время dt окажется в состоянии $(z, s+dt)$, где будет иметь стоимость $V_n(z, s+dt)$. Суммарные дисконтированные выгоды от *использования* машины за период при этом составят:

$$[B_n(z, s) + rU]dt + (1 - rdt)[V_n(z, s+dt) + U] = B_n(z, s)dt + (1 - rdt)V_n(z, s+dt) + U.$$

Сравнив три возможных способа использования машины и учитывая, что РС машины $V(z, s) = V_n(z, s) + U$ отвечает наиболее эффективному из них, мы получим **основное уравнение** модели в *дифференциальной* форме:

$$V_n(z, s) = \max \left\{ [V_n(z+s, 0) - R]_+ ; B_n(z, s)dt + (1 - rdt)V_n(z, s+dt) \right\}. \quad (4.7)$$

Заметим, что полученное равенство, как и (2.2), также является уравнением динамического программирования в непрерывном времени.

Зафиксируем теперь z и учтем, что при достаточно больших s будет выполняться неравенство $B_n(z, s) < 0$, а тогда использовать по назначению машину в состоянии (z, s) окажется неэффективным. Следовательно, найдется такое минимальное значение S , что эксплуатация машины в состояниях (z, s) при $s \geq S$ будет неэффективной. Естественно, что эксплуатировать машины в состояниях (z, s) при $s < S$ хотя бы небольшое время будет эффективно. Поэтому S будет оптимальной длительностью межремонтного цикла M_z , начинающегося с состояния $(z, 0)$.

Учтем теперь, что в силу (4.7) имеет место неравенство $B_n(z, s)dt + (1 - rdt)V_n(z, s+dt) - V_n(z, s) \leq 0$, обращающееся в равенство при $s < S$. Заменим здесь $V_n(z, s+dt)$ на $V_n(z, s) + V_n'(z, s)dt$, где штрих означает производную по s . При этом левая часть неравенства с точностью до малых более высокого порядка окажется равной

$$[V_n'(z, s) - rV_n(z, s) + B_n(z, s)]dt = e^{rs} \left\{ [V_n(z, s)e^{-rs}]' + B_n(z, s)e^{-rs} \right\} dt.$$

В таком случае $[V_n(z, s)e^{-rs}]' + B_n(z, s)e^{-rs} \leq 0$, причем знак равенства достигается для $s < S$. Интегрируя это неравенство, мы получим:

$$V_n(z, D)e^{-rD} - V_n(z, s)e^{-rs} + \int_s^D B_n(z, x)e^{-rx} dx \leq 0$$

при любом $D \geq s$, причем равенство имеет место при $s \leq D \leq S$.

Но $V_n(z, D) \geq [V_n(z + D, 0) - R]_+$ в силу (4.2), причем знак равенства достигается только при $D \geq S$. Поэтому при любом $D \geq s$

$$[V_n(z + D, 0) - R]_+ e^{-rD} - V_n(z, s)e^{-rs} + \int_s^D B_n(z, x)e^{-rx} dx \leq 0,$$

причем знак равенства достигается при $s \leq D = S$.

Это означает, что значение D , при котором левая часть полученного неравенства принимает максимальное значение 0, совпадает с S , так что

$$V_n(z, s) = \max_{D \geq s} \left\{ \int_s^D e^{-r(x-s)} B_n(z, x) dx + e^{-r(D-s)} [V_n(z + D, 0) - R]_+ \right\}. \quad (4.8)$$

В частности, это равенство справедливо и при $s \geq S$, поскольку максимум в правой части будет достигаться при $D = s$ и окажется равным $[V_n(z + s, 0) - R]_+ = V_n(z, s)$.

Таким образом, оптимальная ремонтная политика определяется решением уравнения (4.8). Выясним, как его решать и какими свойствами его решение обладает.

Начнем с того, что нахождения функции $V_n(z, s)$ достаточно знать для каждого цикла M_z только чистую стоимость машин в начале цикла $F(z) = V_n(z, 0)$ и длительность цикла $D(z)$. Действительно, если бы мы нашли $F(z)$ и $D(z)$, то чистые стоимости машин в любом состоянии мы могли бы найти из формулы (4.8):

$$V_n(z, s) = \begin{cases} [F(z + s) - R]_+, & \text{при } s \geq D(z); \\ \int_s^{D(z)} e^{-r(x-s)} B_n(z, x) dx + \\ + e^{-r(D(z)-s)} [F(z + D(z)) - R]_+, & \text{при } s < D(z). \end{cases} \quad (4.9)$$

Будем искать теперь $F(z)$ и $D(z)$. Подставляя $s = 0$ в (4.8), мы получим уравнение для функции $F(z)$, которое удобно представить в следующем виде:

$$F(z) = \max_{D \geq 0} H(z, D),$$

где
$$H(z, D) = \int_0^D e^{-rx} B_n(z, x) dx + e^{-rD} [F(z + D) - R]_+. \quad (4.10)$$

При этом величина $D = D(z)$, при которой здесь достигается максимум, и будет искомой оптимальной продолжительностью цикла M_z . Если таких D несколько, то в качестве $D(z)$ будем принимать наименьшую из них.

Докажем, что равенство $D(z) = 0$ возможно, если и только если $F(z) = 0$.

Действительно, если $F(z)=0$, то машину в состоянии $(z, 0)$ неэффективно использовать по назначению даже малое время, так что $D(z)=0$ в силу (4.8). Наоборот, если $D(z)=0$, то из (4.8) следует, что $F(z)=[F(z)-R]_+$, а это возможно только, если $F(z)=0$. ■

Заметим теперь, что функция $F(z)$ непрерывна, не возрастает по z , положительна при $0 \leq z < T^*$ и обращается в нуль при $z \geq T^*$. Как и в разделе 2.5, можно доказать, что уравнение (4.10) имеет единственное решение с такими свойствами. Допустим, что таких решений два — $F_1(z)$ и $F_2(z)$, и им отвечают, в общем случае разные, продолжительности циклов $D_1(z)$ и $D_2(z)$. Пусть $A = \max_z |F_1(z) - F_2(z)| > 0$.

Этот максимум может достигаться при нескольких z , наибольшее из них (которое заведомо меньше T^*) обозначим через y . Пусть, для определенности, $F_1(y) = F_2(y) + A > 0$. В таком случае $D_1(y) > 0$ и $F_1(z) < F_2(z) + A$ для любого $z > y$. Отсюда, в силу (4.10), вытекает противоречивое неравенство:

$$\begin{aligned} F_1(y) &= H(y, D_1(y)) = \int_0^{D_1(y)} e^{-rx} B_n(y, x) dx + e^{-rD_1(y)} [F_1(y + D_1(y)) - R]_+ < \\ &< \int_0^{D_1(y)} e^{-rx} B_n(y, x) dx + e^{-rD_1(y)} \{ [F_2(y + D_1(y)) - R]_+ + A \} < \\ &< \max_{D \geq 0} \left\{ \int_0^D e^{-rx} B_n(y, x) dx + e^{-rD} [F_2(y + D) - R]_+ \right\} + A = F_2(y) + A = F_1(y). \end{aligned}$$

Аналогичное противоречие будет и в случае, когда $F_2(y) = F_1(y) + A > 0$. ■

Таким образом, уравнение (4.10) имеет единственное решение, позволяющее построить и оптимальную ремонтную политику, т.е. назначить для каждого цикла M_z оптимальную длительность $D(z)$. При этом машины, отработавшие в цикле назначенный срок, потребуется либо отремонтировать, либо утилизировать, в зависимости от того, будет ли чистая стоимость машины после ремонта $F(z + D(z))$ больше или меньше стоимости ремонта R .

Рассмотрим теперь циклы M_z , у которых $D(z) > 0$. Те из них, которые завершаются утилизацией, назовем *критическими*, а те, которые завершаются ремонтом — *докритическими*. Докажем, что продолжительность любого докритического цикла не меньше некоторой положительной константы D^* , т.е. не может быть слишком мала.

Для этого рассмотрим докритический цикл M_z , имеющий оптимальную продолжительность D . Поскольку он завершается ремонтом, то $F(z+D) > R$, а тогда $F(z) \geq F(z+D) > R$. При этом в силу (4.10) имеем:

$$R < F(z) = \int_0^D e^{-rx} B_n(z, x) dx + e^{-rD} [F(z+D) - R] <$$

$$< \int_0^D e^{-rx} B_n(0, 0) dx + e^{-rD} [F(z) - R] = \frac{B(0, 0)}{r} - \frac{R}{e^{rD} - 1}.$$

Отсюда следует, что $D > -\frac{1}{r} \ln[1 - rR/B(0, 0)] = D^* > 0$. Поэтому при оптимальной ремонтной политике у машины не может быть более T^*/D^* ремонтов, иначе у нее было бы более T^*/D^* докритических циклов, и перед последним ремонтом ее возраст превысил бы T^* , что невозможно.

Функцию $F(z)$ можно представить и в ином виде. Пусть $k = k(z)$ — количество циклов, которое должна пройти машина в состоянии $(z, 0)$, z_i — возраст машины в конце i -го цикла, $z_0 = z$. Тогда продолжительность i -го цикла составит $D_i = z_i - z_{i-1}$. Поскольку последний цикл заканчивается утилизацией, а все остальные — ремонтом, то (4.10) принимает вид:

$$F(z_{k-1}) = \int_0^{z_k - z_{k-1}} e^{-rx} B_n(z_{k-1}, x) dx;$$

$$F(z_i) = \int_0^{z_{i+1} - z_i} e^{-rx} B_n(z_i, x) dx + e^{-r(z_{i+1} - z_i)} F(z_{i+1}) - e^{-r(z_{i+1} - z_i)} R, \quad (i < k-1).$$

Вычисляя по этим формулам последовательно $F(z_{k-1}), F(z_{k-2}), \dots, F(z_0) = F(z)$, найдем:

$$F(z) = \sum_{i=0}^{k-1} \int_0^{z_{i+1} - z_i} e^{-r(z_i - z + x)} B_n(z_i, x) dx - R \sum_{i=1}^{k-1} e^{-r(z_i - z)}.$$

Заметим теперь, что если бы набор величин z_i не был оптимальным, то такая ремонтная политика была бы не более эффективной, а в полученной формуле знак равенства заменился бы на « \geq ». Это значит, что

$$F(z) = \max_{z < z_1 < z_2 < \dots < z_k} \left\{ \sum_{i=0}^{k-1} \int_0^{z_{i+1} - z_i} e^{-r(z_i - z + x)} B_n(z_i, x) dx - R \sum_{i=1}^{k-1} e^{-r(z_i - z)} \right\},$$

где максимум берется по количеству циклов k и по срокам их окончания z_i .

Отсюда и из (4.9) вытекает выражение для чистой стоимости машины в любом состоянии (z, s) :

$$V_n(z, s) = \max_{\substack{k \geq 1, \\ z+s < z_1 < z_2 < \dots < z_k}} \left\{ \int_0^{z_1 - z - s} e^{-rx} B_n(z, s+x) dx + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{k-1} e^{-r(z_i - z - s)} \left[R + \int_0^{z_{i+1} - z_i} e^{-rx} B_n(z_i, x) dx \right] \right\}. \quad (4.11)$$

Оптимальные значения разностей $z_1 - z - s, z_2 - z_1, \dots, z_k - z_{k-1}$ отразят время работы этой машины в первом цикле и длительности последующих ее циклов.

В частности, для машины в состоянии $(0, 0)$, т.е. новой, эти разности отразят оптимальные длительности всех ее циклов. Экспериментальные расчеты показывают, что эти длительности разные, т.е. проведение КР через равные промежутки времени нерационально. К тому же оказалось, что соотношение длительностей второго и первого цикла $(z_2 - z_1)/z_1$ зависит от характеристик машины и может существенно отличаться от рекомендуемого техническими специалистами значения 0,8.

Строго говоря, формула (4.11) некорректна, поскольку выражение в фигурной скобке может достигать максимума на границе соответствующей области (и тогда знак \max должен быть заменен на \sup). Однако в такой ситуации будет $z_i = z_{i+1}$ при некотором i . Но это означает, что соответствующее количество циклов k не может быть оптимальным. Если же максимум в (4.11) достигается внутри соответствующей области, то оптимальные длительности циклов будут гладкими функциями от z . В частности, гладкой функцией от z окажется и длительность $D(z)$ первого цикла у машины в состоянии $(z, 0)$. При этом с ростом z количество $k(z)$ циклов может только уменьшаться, и при каждом уменьшении зависимости $D(z)$ изменяются. Поэтому график функции $D(z)$ может состоять из не более чем T^*/D^* гладких кусков.

Полученные формулы еще не позволяют решить задачу, поскольку в них входит функция $B_n(z, s) = pW(z, s) - C(z, s) - rU$, а стоимость единицы выполняемых машиной работ p неизвестна. Чтобы найти ее, воспользуемся тем обстоятельством, что с ростом p положительные значения функции $F(z)$ неограниченно возрастают. В таком случае чистая стоимость новой машины $F(0)$, если она положительна, будет расти с ростом p . Но эта величина известна и равна K_n , поэтому искомое значение p можно подобрать так, чтобы обеспечить равенство $F(0) = K_n$.

Численно решить уравнение (4.10) можно методом последовательных приближений. Для этого построим последовательность функций $F_i(z)$:

$$F_0(z) = 0; \quad F_{i+1}(z) = \max_{D \geq 0} \left\{ \int_0^D e^{-rx} B_n(z, x) dx + e^{-rD} [F_i(z + D) - R]_+ \right\}, \quad (i \geq 0).$$

Значение D , при котором достигается максимум в этой формуле, обозначим через $D_i(z)$. Легко видеть, что все функции $F_i(z)$ — непрерывные, неотрицательные, невозрастающие, и обращаются в нуль при $z \geq T^*$, причем $F_{i+1}(z) \geq F_i(z)$. Кроме того, если $D_i(z) = 0$, то $F_{i+1}(z) = 0$, а при $D_i(z) > 0$ имеем:

$$\begin{aligned} F_{i+1}(z) &= \int_0^{D_i(z)} e^{-rx} B_n(z, x) dx + e^{-rD_i(z)} [F_i(z + D_i(z)) - R]_+ \leq \\ &\leq \int_0^{D_i(z)} e^{-rx} B_n(0, 0) dx + e^{-rD_i(z)} F_i(z) \leq \frac{B_n(0, 0)}{r} [1 - e^{-rD_i(z)}] + e^{-rD_i(z)} F_{i+1}(z), \end{aligned}$$

откуда следует, что $F_{i+1}(z) \leq B_n(0, 0)/r$.

Как видим, в обоих случаях все $F_i(z)$ равномерно ограничены. Тогда существует и предел $F_i(z)$ при $i \rightarrow \infty$, который тоже будет непрерывной, неотрицательной невозрастающей функцией, равной нулю при $z \geq T^*$. Это и будет искомого решение уравнения (4.10).

Заметим, что построенная ремонтная политика останется оптимальной, пока темпы групповой инфляции и ставки дисконтирования существенно не изменятся. Поэтому в общем случае решения о ремонте или утилизации машин необходимо принимать в зависимости от текущего состояния машин и экономических условий их использования. Такой порядок согласуется с общим принципом «управления в зависимости от состояния» в условиях неопределенности, упомянутым в разделе 1.7.

Важным для оценщиков является вопрос о том, как меняется стоимость машины в период ее простоя. В решении этого вопроса может помочь предложенная модель. Рассмотрим две машины, находящиеся в состоянии $(z, 0)$, одна из которых в течение времени Δ работала, а вторая находилась на ответственном хранении (например, в системе Росрезерва).

В конце периода первая машина окажется в состоянии $(z+\Delta, \Delta)$, и ее обесценение за время Δ составит $V(z, 0) - V(z+\Delta, \Delta)$. Вторая машина в конце периода будет иметь возраст $z+\Delta$, но ее наработка в цикле будет нулевой. Поэтому она окажется в состоянии $(z+\Delta, 0)$, а ее обесценение за период составит $V(z, 0) - V(z+\Delta, 0)$,

т.е. долю $\delta = \frac{V(z, 0) - V(z+\Delta, 0)}{V(z, 0) - V(z+\Delta, \Delta)}$ от обесценения первой машины. Некоторые

оценщики считают, что обесценение машины за время хранения вдвое меньше, чем при нормальной работе, чему отвечало бы $\delta = 0,5$. Однако в нашей модели δ зависит от z и Δ , и, в общем случае, отличается от 0,5.

4.5. Оптимизация ремонтной политики в условиях случайных отказов

В этом разделе мы рассмотрим ту же задачу, что и в предыдущем, с той лишь разницей, что теперь мы будем учитывать возможность случайных устранимых отказов машины. Как и в разделе 3.1, введем обозначения для характеристик машины, связанных с ее возможными отказами:

$\lambda(z, s)$ — опасность устранимого отказа машины, находящейся в состоянии (z, s) ;

$\Lambda(z, s) = \int_0^s \lambda(z, x) dx$ — накопленная в цикле M_z опасность отказа машины,

находящейся в состоянии (z, s) ;

L — средние потери от устранимого отказа.

Повторим теперь рассуждения, изложенные в начале раздела 3.2, дополнив их с учетом возможности устранимого отказа (далее – отказа).

Машину в состоянии (z, s) можно использовать одним из трёх способов.

1. Утилизировать. Такой способ принесет выгоды в размере утилизационной стоимости машины U .

2. Отремонтировать. Это потребует затрат R , после чего машина окажется в состоянии $(z+s, 0)$ и будет иметь стоимость $V(z+s, 0) = V_n(z+s, 0) + U$. Суммарные дисконтированные выгоды от использования машины этим способом за период (включая стоимость машины в конце периода) при этом составят $V_n(z+s, 0) + U - R$.

3. Использовать по назначению в течение малого периода dt . Однако за это время может произойти, но может и не произойти отказ. Поэтому рассмотрим обе ситуации.

Если за время dt произойдет отказ (а это возможно с вероятностью $\lambda(z, s)dt$), то возникнут потери L , но после этого машина будет утилизирована, что принесет выгоды в размере ее утилизационной стоимости U .

Если же отказа не произойдет (с дополнительной вероятностью), то машина принесет выгоды в размере $B(z, s)dt = [B_n(z, s) + rU]dt$, а через время dt окажется в состоянии $(z, s+dt)$. Суммарные дисконтированные выгоды от использования машины за период (включая стоимость машины в конце периода) при этом составят:

$$\begin{aligned} & [B_n(z, s) + rU]dt + (1 - rdt)[V_n(z, s + dt) + U] = \\ & = B_n(z, s)dt + (1 - rdt)V_n(z, s + dt) + U. \end{aligned}$$

Учитывая вероятности обеих ситуаций, найдем ожидаемые выгоды от использования машины за период:

$$\begin{aligned} & \lambda(z, s)dt \cdot (-L + U) + [1 - \lambda(z, s)dt][B_n(z, s)dt + (1 - rdt)V_n(z, s + dt) + U] \approx \\ & \approx \{1 - [r + \lambda(z, s)]dt\}V_n(z, s + dt) + [B_n(z, s) - \lambda(z, s)L]dt + U. \end{aligned}$$

Сравнив теперь три возможных способа использования машины и учитывая, что РС машины $V(z, s) = V_n(z, s) + U$ отвечает наиболее эффективному из них, мы получим **основное уравнение** модели в *дифференциальной* форме:

$$\begin{aligned} & V_n(z, s) = \max \{0; V_n(z + s, 0) - R; \\ & [B_n(z, s) - \lambda(z, s)L]dt + [1 - [r + \lambda(z, s)]dt]V_n(z, s + dt)\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Нетрудно убедиться, что это уравнение совпадет с (4.7), если в нем заменить чистые выгоды $B_n(z, s)$ на $B_n(z, s) - \lambda(z, s)L$ и увеличить ставку дисконтирования на $\lambda(z, s)$, соответственно изменив и коэффициенты дисконтирования. Обе такие замены представляются совершенно естественными. Действительно, поправка $\lambda(z, s)$ к ставке дисконтирования отражает премию за риск отказа машины, находящейся в состоянии (z, s) , в малую единицу времени, а величина $\lambda(z, s)L$ отражает ожидаемые потери от такого отказа. При этом разность $B_n(z, s) - \lambda(z, s)L$ естественно трактовать как ожидаемые (с учетом риска отказа) чистые выгоды от использования находящейся в состоянии (z, s) машины в малую единицу времени.

После указанных замен все остальные рассуждения раздела 4.4 сохраняют силу, а решение задачи дается теми же формулами (4.7)–(4.11) со скорректированными коэффициентами дисконтирования.

Обратим внимание, что в построенной модели, как и в моделях главы 2, учитывается снижение производительности машин в ходе их деградации. В теории надежности при оптимизации сроков ремонта это обстоятельство, как правило, не учитывается. Приятным исключением является работа [60], хотя критерием оптимальности в ней является минимум затрат, а объем произведенного продукта выступает лишь в качестве ограничения.

В то же время важно иметь в виду, что построенные в этом и предыдущем разделах ремонтные политики зависят от условий и режимов работы машин, поскольку разным условиям работы отвечает разная динамика основных характеристик машины $W(z, s)$, $C(z, s)$ и $\lambda(z, s)$. Однако для ситуаций, в которых машина может переводиться из одних условий в другие, соответствующие модели уже неприменимы.

Мы видим, что методы теории стоимостной оценки позволяют выбирать ремонтную политику, отвечающую экономическим интересам предприятий. Отметим в связи с этим, что основанный на стоимости (value-based) подход к решению аналогичных оптимизационных задач теории надежности предлагался в [61; 62] и некоторых других работах. Однако прямой связи с теорией стоимостной оценки в этих публикациях не прослеживалось, понятие рыночной стоимости не использовалось, денежные потоки не дисконтировались, а доходы (денежные поступления) от использования объекта задавались экзогенно, так что, по сути, речь шла об объектах, непосредственно приносящих доходы (производящих продукт, прямо поступающий на рынок).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ и рассмотрение моделей стоимостной оценки машин позволяет сделать некоторые важные выводы, относящиеся к теории стоимостной оценки и к теории надежности (в той ее части, которая относится к оптимизации сроков службы, сроков ремонта и иных характеристик машин с учетом вероятностного характера процессов их использования).

Начнем с *практических* выводов. С одной стороны, оказалось, что есть возможность учесть вероятностный характер процесса использования машин при их стоимостной оценке и предложить соответствующие расчетные формулы, например, для коэффициентов годности машин. С другой стороны, изменение состояния машины может описываться разными случайными процессами и, соответственно, разными моделями для оценки коэффициента ее годности. Какую из возможных моделей следует рекомендовать оценщикам, не ясно. Частично ответ на этот вопрос облегчается тем, что для неремонтируемых машин при известных значениях коэффициента вариации срока службы разные модели дают сходные зависимости коэффициента годности от возраста. А вот для ремонтируемых машин каких-то сравнительно простых расчетных формул уже не получается, здесь можно посоветовать либо решать построенные оптимизационные модели, либо использовать приближенные практические приемы, один из которых в книге предложен. Важно, однако, что обычно рекомендуемая ремонтная политика, при которой капитальные ремонты проводятся через равные промежутки времени, в общем случае оказывается нерациональной, так что сроки очередного ремонта должны назначаться с учетом состояния машины. Не подтверждается расчетами и мнение ряда специалистов, что второй межремонтный цикл должен быть на 20% короче первого.

В теории *надежности* также решаются задачи оптимизации назначенных сроков службы и графиков проведения ремонтов. Изложенный в книге (основанный на стоимости, value based) подход к решению подобных задач ориентирован на использование критериев оптимальности, согласующихся с интересами типичных предприятий-участников рынка, и представляется более обоснованным. К тому же в некоторых простых случаях он приводит к примерно тем же расчетным формулам, что и при использовании традиционных для теории надежности «затратных» критериев.

Вместе с тем, проведенное исследование выявило ряд проблем, которым в теории надежности не уделяется должного внимания. Так, огромное количество публикаций посвящено выявлению зависимостей характеристик надежности объектов от наработки. Такие зависимости строятся и применительно к разным усло-

виям функционирования объектов. Однако остается неясным, как «склеиваются» подобные зависимости, если объект какое-то время работал в одних условиях, потом стал работать в других, а еще через некоторое время — в третьих и т.д. Для учета влияния ремонтов на характеристики надежности обычно используют модели Кидзимы с теми или иными вариациями. Между тем, оказалось, что такие модели неадекватно учитывают неустранимый физический износ и потому неприменимы для решения задач оптимизации использования машин. В книге предложены более обоснованные модели, пригодные для решения тех же задач. К сожалению, специалистами по надежности не проводилось никаких исследований с целью выяснить, как конкретно меняются показатели надежности машин после КР. Поэтому вопрос об адекватности предложенных моделей пока остается открытым. Отметим также, что если несколько неремонтируемых машин работают в едином технологическом процессе, то установление рациональных сроков их службы оказывается нетривиальным — здесь придется учитывать потери от остановки технологического процесса при замене любой из таких машин (при отказе или по завершении срока службы). То же относится и к установлению графиков ремонта для совместно используемых ремонтируемых машин.

Полученные в книге результаты развивают теорию *стоимостной оценки* машин и оборудования. С одной стороны, в ней предложен общий подход к построению различных методов такой оценки, в том числе учитывающих вероятностный характер процесса использования машин, а также предложить возможное обобщение известного метода Д.С. Львова. С другой стороны, оказалось, что ряд, казалось бы, известных общих положений теории стоимостной оценки и системы национальных счетов нуждается в корректировке, и даны соответствующие предложения по их изменению. Представляется, что некоторые из предложенных методических положений должны быть отражены как в международных, так и в национальных стандартах оценки.

ЛИТЕРАТУРА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. *Ефремова Т.Ф.* Новый словарь русского языка. Толково-словообразовательный. М.: Русский язык, 2000.
2. *Ожегов С.И., Шведова Н.Ю.* Толковый словарь русского языка. М., 2010.
3. ГОСТ ЕН 1070-2003 «Безопасность оборудования. Термины и определения».
4. Международные стандарты оценки: вступают в силу 31 января 2020 года / пер. с англ. М.: Российское общество оценщиков. 2020. 193 с.
5. СТБ 52.4.01-2011. Оценка стоимости объектов гражданских прав. Оценка стоимости машин, оборудования, инвентаря, материалов. Минск: Госстандарт. 40 с. (Государственный стандарт Республики Беларусь). <http://studydoc.ru/doc/2489644/stb-52.4.01-2011-ocenka-stoimosti-mashin--oborudovaniya>
6. ГОСТ 2.101-2016. Единая система конструкторской документации. Виды изделий.
7. Межгосударственный стандарт. ГОСТ 27.002-2015. Надежность в технике. Термины и определения. Издание официальное. М.: Стандартинформ. 2016.
8. *Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.* Математические методы в теории надежности. М.: Наука. 1965.
9. *Острейковский В.А.* Теория надежности. М.: Высшая школа, 2003.
10. Токарев А.Н. Основы теории надежности и диагностика. Учебник. Изд. АлтГТУ. Барнаул. 2008.
11. *Репин С.В., Зазыкин А.В., Ховалыг Н.-Д.К.-О.* Влияние срока службы на показатели транспортно-технологических машин в эксплуатации // *Евразийский Союз Ученых.* 2015. № 3(12). Ч. 5. С. 24-26.
12. *Смоляк С.А.* Теория и методы стоимостной оценки машин и оборудования: учебное пособие. М.: ИНФРА-М. 2022. DOI: 10/12737/1031121.
13. *Канторович Л.В.* Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: АН СССР, 1960.
14. *Федотова М.А.* (ред.). / Федотова М.А., Ковалев А.П., Кушель А.А., Королев И.В., Игонин В.В. Оценка машин и оборудования: учебник (2-е изд.). М.: ИНФРА-М. 2018. 324 с.
15. Федеральный стандарт оценки «Подходы и методы оценки (ФСО V)» / Приложение №5 к приказу Минэкономразвития Российской Федерации от 14 апреля 2022 г. № 200.
16. American Agricultural Economics Association. 2000. Commodity Costs and Returns Estimation Handbook. A Report of the AAEEA Task Force on Commodity Costs and Returns. Ames, Iowa. February. https://www.nrcs.usda.gov/wps/portal/nrcs/detail/national/technical/econ/references/?cid=nrcs143_009751
17. *Лейфер Л.А.* (ред.). Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования. Изд. 2-е. Нижний Новгород: ПЦМИО, 2019.
18. 2022 Personal Property Depreciation Schedule and Trend Tables. Montana Department of Revenue. URL: <https://mtrevenue.gov/?mdocs-file=59493>

19. 2022 Cost Index and Depreciation Schedules / North Carolina Department of Revenue. URL: <https://www.ncdor.gov/news/reports-and-statistics/property-tax-publications/cost-index-and-depreciation-schedules/2022-cost-index-and-depreciation-schedules>
20. Смоляк С.А. О затратном подходе к оценке машин и оборудования // *Вестник ЦЭМИ*, №1, 2018. DOI: 10.18254/S0000090-2-1
21. СНС-2008. Система национальных счетов 2008. / Европейская Комиссия, Международный валютный фонд, Организация экономического сотрудничества и развития, Организация объединенных наций, Всемирный банк. Нью-Йорк. 2012.
22. Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта). М.: Наука, 2002. 182 с.
23. Ковалев А. Определение срока службы машин и оборудования при их стоимостной оценке // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. 2016. №10, с. 73-81.
24. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин со случайным сроком службы на основе системы национальных счетов – 2008 // *Экономическая наука современной России*, 2021. № 2 (93), с. 42-56. DOI: 10.33293/1609-1442-2021-2(93)-40-57
25. Буянов, А. И. Определение оптимальных сроков службы деталей и машин // *Механизация и электрификация сельского хозяйства*, 1938, № 12.
26. Протодьяконов, М.М. Изыскания и проектирование железных дорог. М.: Трансжелдориздат. 1934.
27. Гибишман А.Е. Определение целесообразного срока службы локомотивов // *Вестник ВНИИ железнодорожного транспорта*. 1963, № 1.
28. Канторер, С. Е. (1963). Определение оптимального срока службы строительных машин. // *Механизация строительства*. 1963, №7.
29. Колегаев Р.Н. Определение оптимальной долговечности технических систем. М.: Советское радио. 1967.
30. Лившиц В. Н., Смоляк С.А. (1973). Математическое моделирование процессов амортизации основных фондов. // *Труды ИКТП*, 1973. т. 36. С. 136-165.
31. Палкин, Р.И. (1964). Об экономических сроках службы строительных машин. // *Строительные и дорожные машины*. №7. 1964.
32. Terborgh G. *Dynamic Equipment Policy*. McGraw Hill. 1948.
33. Массе П. Критерии и методы оптимального определения капиталовложений. М.: Статистика. 1971.
34. Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). *Handbook on Agricultural Cost of Production Statistics Guidelines for Data Collection, Compilation and Dissemination*. URL: <https://www.fao.org/3/ca6411en/ca6411en.pdf>
35. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. Изд. 5-е. М.: ПолиПринтСервис. 2015.
36. Львов Д.С. Экономические проблемы повышения качества промышленной продукции. М.: Наука. 1969. 264 с.
37. Методика (основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений. М.: Экономика, 1977.

38. Методические рекомендации по комплексной оценке эффективности мероприятий, направленных на ускорение научно-технического прогресса. М.: ГКНТ СССР, 1988.
39. Методика определения оптовых цен на новую машиностроительную продукцию производственно-технического назначения (временная). М.: Прейскурантиздат, 1988.
40. Нормативные сроки службы основных средств. Приложение к постановлению Министерства экономики Республики Беларусь от 30.09.2011 № 161.
41. *Яцура А.И.* Система технического обслуживания и ремонта общепромышленного оборудования. Справочник. М.: ЭНАС. 2006.
42. Finkelstein M, Cha J.H. Virtual age, is it real? - Discussing virtual age in reliability context. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. 2020; 1-14. <https://doi.org/10.1002/asmb.2567>
43. ASAE Standard. ASAE D497.7MAR2011. Agricultural Machinery Management Data. ASAE, St. Joseph, MI, USA. 2011.
44. *Edwards W.* Estimating Farm Machinery Costs. Iowa State University. Ag Decision Maker File A3-29. Iowa State University Extension. PM 710. Revised May 2015. URL: <https://www.extension.iastate.edu/agdm/crops/html/a3-29.html>
45. *Molenhuis, J.R.* Budgeting Farm Machinery Costs. URL: <https://files.ontario.ca/omafra-budgeting-farm-machinery-costs-20-007-en-2020-05-12.pdf>
46. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.
47. Stopford, M. Maritime economics (3rd ed.). London, New York: Routledge. 2009.
48. Maanum M.O., & Seines H.P. Determinants of Vessel Speed in the VLCC Market - Theory vs. Practice. Bergen: Norges Handelshøyskole. 2015.
49. *Ronen D.* The effect of oil price on the optimal speed of ships. *Journal of the Operational Research Society*, 1982, vol. 33(11), pp. 1035-1040.
50. Приказ Федеральной службы государственной статистики Министерства экономического развития Российской Федерации № 21 от 22 января 2021 года «Об утверждении Официальной статистической методологии расчета потребления основного капитала». [Электронный источник] / <https://docs.cntd.ru/document/573461389>
51. Assessors' Handbook Section 582. The Explanation of the Derivation of Equipment Percent Good Factors. February 1981. Reprinted January 2015. California State Board of Equalization.
52. *Булдинский А.В., Ширяев А.И.* Теория случайных процессов. М.: Физматлит. 2005.
53. *Оксендаль Б.* Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М.: Мир. 2003.
54. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: МГУ, Наука. 2004.
55. *Kijima M.* Some results for repairable systems with general repair. *Journal of Applied probability*. 1989. Vol. 26, pp. 89–122.
56. *Lam Y.* Geometric processes and replacement problem. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*. 1988, 4(4), pp.366-377. DOI: 10.1007.BF02007241.

57. *Arnold R., Chukova S., Hayakawa Y., Marshall S.* Geometric-Like Processes: An Overview and some Reliability Applications. *Reliability Engineering and System Safety*. Elsevier, 2020. Vol. 220(C). DOI: 10.1016/j.ress.2020.106990
58. *Смоляк С.А.* Оценка стоимости машин с учетом их ремонтов. *Анализ и моделирование экономических процессов / сб. статей*, вып. 9. М.: ЦЭМИ РАН. 2012. С. 47-72.
59. *Zhang F., Jardine A.R.S.* Optimal maintenance models with minimal repair, periodic overhaul and complete renewal. *IIE Transactions*. 1998. Vol. 30, 1109-1119.
60. *Yalaoui A., Chaabi K., Yalaoui F.* Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences*. 2014. Vol. 278, 841–861. DOI: 10.1016/j.ins.2014.03.097
61. *Liu B., Xu Z., Xie M., & Kuo W.* A value-based preventive maintenance policy for multi-component system with continuously degrading components. *Reliability Engineering & System Safety*. 2014. Vol. 132, 83–89. DOI: 10.1016/j.ress.2014.06.012
62. *Marais K.B.* Value maximizing maintenance policies under general repair. *Reliability Engineering & System Safety*. 2013. Vol. 119, 76–87. DOI: 10.1016/j.ress.2013.05.015

Монография

Сергей Абрамович СМОЛЯК

ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
И СТОИМОСТНАЯ ОЦЕНКА МАШИН

Подписано в печать 27.02.2023 г.

Формат 60×90/16. Печ. л. 9,3. Тираж 300 экз. Заказ № 2

ФГБУН Центральный экономико-математический институт РАН

117418, Москва, Нахимовский пр., 47

Тел. 8 (499) 724-21-39

E-mail: ecr@cemi.rssi.ru

<http://www.cemi.rssi.ru/>

ISBN 978-5-8211-0810-4



9 785821 108104