

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	19
В в е д е н и е. Вероятностно-статистические методы в моделировании социально-экономических процессов и анализе данных	23
В.1. Математико-статистический инструментарий экономических исследований	24
В.1.1. Назначение и составные части учебника	24
В.1.2. Прикладная статистика	26
В.1.3. Теория вероятностей и математическая статистика	28
В.2. Теоретико-вероятностный способ рассуждения в прикладной статистике и эконометрике	29
В.2.1. Границы применимости теоретико-вероятностного способа рассуждения	29
В.2.2. Что дает объединение теоретико-вероятностного и статистического способов рассуждения?	35
В.3. Вероятностно-статистическая (эконометрическая) модель как частный случай математической модели	40
В.3.1. Математическая модель	40
В.3.2. Основные этапы вероятностно-статистического моделирования	43
В.3.3. Моделирование механизма явления вместо формальной статистической фотографии	45
Выводы	48

Р а з д е л I: Основы теории вероятностей	51
Г л а в а 1. Правила действий со случайными событиями и вероятностями их осуществления	52
1.1. Дискретное вероятностное пространство	52
1.1.1. Процесс регистрации наблюдения на объекте исследуемой совокупности (случайный эксперимент)	52
1.1.2. Случайные события и правила действий с ними	53
1.1.3. Вероятностное пространство. Вероятности и правила действий с ними	58
1.2. Непрерывное вероятностное пространство (аксиоматика А. Н. Колмогорова)	69
1.2.1. Специфика общего (непрерывного) случая вероятностного пространства	69
1.2.2. Случайные события, их вероятности и правила действий с ними (аксиоматический подход А. Н. Колмогорова)	71
Выводы	75
Г л а в а 2. Случайные величины (исследуемые признаки)	77
2.1. Определение и примеры случайных величин	77
2.2. Возможные и наблюдаемые значения случайной величины	79
2.3. Типы случайных величин	80
2.4. Одномерные и многомерные (совместные) законы распределения вероятностей случайных величин	83
2.5. Способы задания закона распределения: функция распределения, функция плотности	89
2.5.1. Функция распределения вероятностей одномерной случайной величины	89
2.5.2. Функция плотности вероятности одномерной случайной величины	92
2.5.3. Многомерные функции распределения и плотности. Статистическая независимость случайных величин	94
2.6. Основные числовые характеристики случайных величин	98
2.6.1. Понятие о математических ожиданиях и моментах	99
2.6.2. Характеристики центра группирования значений случайной величины	102
2.6.3. Характеристики степени рассеяния значений случайной величины	104
2.6.4. Квантили и процентные точки распределения	106
2.6.5. Асимметрия и эксцесс	108

2.6.6. Основные характеристики многомерных распределений (ковариации, корреляции, обобщенная дисперсия и др.)	109
Выводы	112
Г л а в а 3. Модели законов распределения вероятностей, наиболее распространенные в практике статистических исследований	114
3.1. Законы распределения, используемые для описания механизмов генерации реальных социально-экономических данных	115
3.1.1. Распределения, возникающие при анализе последовательности испытаний Бернулли: биномиальное и отрицательное биномиальное	115
3.1.2. Гипергеометрическое распределение	119
3.1.3. Распределение Пуассона	121
3.1.4. Полиномиальное (мультиномиальное) распределение	123
3.1.5. Нормальное (гауссовское) распределение	125
3.1.6. Логарифмически-нормальное распределение	129
3.1.7. Равномерное (прямоугольное) распределение	132
3.1.8. Распределения Вейбулла и экспоненциальное (показательное)	134
3.1.9. Распределение Парето	139
3.1.10. Распределение Коши	140
3.2. Законы распределения вероятностей, используемые при реализации техники статистических вычислений	141
3.2.1. «Хи-квадрат»-распределение с m степенями свободы ($\chi^2(m)$ -распределение)	141
3.2.2. Распределение Стьюдента с m степенями свободы ($t(m)$ -распределение)	143
3.2.3. Распределение дисперсионного отношения с числом степеней свободы числителя m_1 и числом степеней свободы знаменателя m_2 ($F(m_1, m_2)$ -распределение)	144
3.2.4. Гамма-распределение (Γ -распределение)	146
3.2.5. Бета-распределение (β -распределение)	148
Выводы	150
Г л а в а 4. Основные результаты теории вероятностей	152
4.1. Неравенство Чебышева	152
4.2. Закон больших чисел и его следствия	154
4.2.1. Закон больших чисел	154
4.2.2. Теорема Я. Бернулли	155

4.3. Особая роль нормального распределения: центральная предельная теорема	156
4.3.1. Центральная предельная теорема	157
4.3.2. Многомерная центральная предельная теорема	158
4.3.3. Комментарии к центральной предельной теореме	158
4.4. Законы распределения вероятностей случайных признаков, являющихся функциями от известных случайных величин	160
Выводы	165
Глава 5. Цепи Маркова	167
5.1. Последовательности случайных экспериментов и случайных величин в дискретном вероятностном пространстве	167
5.2. Последовательности, образующие цепь Маркова (определения, примеры, прикладные задачи)	169
5.3. Основные характеристики и свойства цепей Маркова	176
5.3.1. Основные характеристики	176
5.3.2. Классификация состояний и цепей	178
5.3.3. Свойства цепей Маркова	181
5.4. Анализ некоторых задач и примеров	184
Выводы	189
Раздел II: Основы математической статистики	193
Глава 6. Основы статистического описания и статистика нормального закона	194
6.1. Генеральная совокупность, выборка из нее и основные способы организации выборки	194
6.2. Основные выборочные характеристики и их свойства	200
6.2.1. Выборочные (эмпирические) функции распределения, относительные частоты и функции плотности	201
6.2.2. Выборочные аналоги начальных и центральных моментов случайной величины	207
6.2.3. Эмпирические аналоги центра группирования генеральной совокупности	208
6.2.4. Эмпирические аналоги показателей вариации рассеивания случайной величины	209
6.2.5. Выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса	210
6.2.6. Статистическая устойчивость выборочных характеристик	214
6.2.7. Асимптотически-нормальный характер случайного варьирования основных выборочных характеристик	216

6.2.8. Поведение выборочных характеристик в нормальной генеральной совокупности (статистика нормального закона)	219
6.3. Вариационный ряд и порядковые статистики	224
6.3.1. Закон распределения вероятностей i -го члена вариационного ряда	225
6.3.2. Совместные (многомерные) распределения членов вариационного ряда	227
6.3.3. Порядковые статистики как эмпирические (выборочные) аналоги квантилей и процентных точек распределения	229
Выводы	229
Глава 7. Статистическое оценивание параметров	231
7.1. Начальные сведения о задаче статистического оценивания параметров	232
7.1.1. Постановка задачи	232
7.1.2. Статистики, статистические оценки, их основные свойства	233
7.1.3. Состоятельность	234
7.1.4. Несмещенность	236
7.1.5. Эффективность	238
7.2. Функция правдоподобия. Количество информации, содержащееся в n независимых наблюдениях относительно неизвестного значения параметра	241
7.3. Неравенство Рао–Крамера–Фреше и измерение эффективности оценок	244
7.4. Понятие об интервальном оценивании и доверительных областях (постановка задач)	248
7.5. Методы статистического оценивания неизвестных параметров	249
7.5.1. Метод максимального (наибольшего) правдоподобия	249
7.5.2. Метод моментов	258
7.5.3. Оценивание с помощью «взвешенных» статистик; цензурирование, урезание выборок и порядковые статистики как частный случай взвешивания	261
7.5.4. Построение интервальных оценок (доверительных областей)	263
7.6. Байесовский подход к статистическому оцениванию	269
7.6.1. «Философия» байесовского подхода	269
7.6.2. Общая логическая схема и базовые формулы байесовского метода оценивания параметров	270
7.6.3. Примеры байесовского оценивания	273
Выводы	279

Глава 8. Статистическая проверка гипотез (статистические критерии)	282
8.1. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистического анализа и моделирования	283
8.1.1. Гипотезы о типе закона распределения исследуемой случайной величины	283
8.1.2. Гипотезы об однородности двух или нескольких обрабатываемых выборок или некоторых характеристик анализируемых совокупностей	284
8.1.3. Гипотезы о числовых значениях параметров исследуемой генеральной совокупности	284
8.1.4. Гипотезы об общем виде модели описывающей, статистическую зависимость между признаками	285
8.2. Общая логическая схема статистического критерия	286
8.3. Построение статистического критерия; принцип отношения правдоподобия	289
8.3.1. Сущность принципа отношения правдоподобия	289
8.3.2. Критерий логарифма отношения правдоподобия для проверки простой гипотезы	291
8.3.3. Критерий отношения правдоподобия для проверки сложной гипотезы	292
8.4. Характеристики качества статистического критерия	293
8.5. Последовательная схема принятия решения (последовательные критерии)	296
8.5.1. Последовательная схема наблюдений	296
8.5.2. Последовательный критерий отношения правдоподобия (критерий Вальда) и его свойства	298
8.6. Методы проверки статистических гипотез: примеры статистических критериев	299
8.6.1. Критерии согласия	299
8.6.2. Критерии однородности	304
8.6.3. Проверка гипотез о числовых значениях параметра	312
Выводы	319
 Раздел III: Методы прикладной статистики	 322
Глава 9. Введение в прикладной статистический анализ	323
9.1. Назначение и содержание прикладной статистики	323
9.1.1. Два подхода к интерпретации и анализу исходных статистических данных	323

ОГЛАВЛЕНИЕ	11
9.1.2. Три центральные проблемы прикладной статистики	326
9.1.3. Новые постановки задач и ослабление ограничительных условий в канонических математико-статистических и эконометрических моделях	333
9.2. Основные этапы прикладного статистического анализа	334
Выводы	341
Г л а в а 10. Статистическое исследование зависимостей (основные понятия и постановки задач)	344
10.1. Общая формулировка проблемы, пример	344
10.2. Какова конечная прикладная цель статистического исследования зависимостей	354
10.3. Математический инструментарий	357
10.4. Некоторые типовые задачи практики эконометрического моделирования	359
10.5. Основные типы зависимостей между количественными переменными	365
10.6. Основные этапы статистического исследования зависимостей	370
10.7. Выбор общего вида функции регрессии	377
10.7.1. Использование априорной информации о содержательной сущности анализируемой зависимости	378
10.7.2. Предварительный анализ геометрической структуры исходных данных	380
10.7.3. Статистические критерии проверки гипотез об общем виде функции регрессии	381
10.7.4. Некоторые общие рекомендации	385
Выводы	387
Г л а в а 11. Корреляционный анализ многомерной генеральной совокупности	391
11.1. Назначение и место корреляционного анализа в статистическом исследовании	391
11.2. Корреляционный анализ количественных признаков	393
11.2.1. Коэффициент детерминации как универсальная характеристика степени тесноты статистической связи	394
11.2.2. Исследование линейной зависимости y от единственной объясняющей переменной x : парный коэффициент корреляции	399
11.2.3. Исследование парных нелинейных связей: корреляционное отношение	407

11.2.4. Исследование линейной зависимости y от нескольких объясняющих переменных $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(p)}$: множественный и частные коэффициенты корреляции	412
11.3. Корреляционный анализ порядковых (ординальных) переменных: ранговая корреляция	423
11.3.1. Исходные статистические данные (таблица или матрица рангов типа «объект-свойство»)	424
11.3.2. Понятие ранговой корреляции	425
11.3.3. Основные задачи статистического анализа связей между ранжировками	426
11.3.4. Ранговый коэффициент корреляции Спирмэна	427
11.3.5. Ранговый коэффициент корреляции Кендалла	429
11.3.6. Обобщенная формула для парного коэффициента корреляции и связь между коэффициентами Спирмэна и Кендалла	433
11.3.7. Статистические свойства выборочных характеристик парной ранговой связи	434
11.3.8. Коэффициент конкордации (согласованности) как измеритель статистической связи между несколькими порядковыми переменными	437
11.3.9. Проверка статистической значимости выборочного значения коэффициента конкордации	439
11.4. Корреляционный анализ категоризованных переменных: таблицы сопряженности	442
11.4.1. Исходные статистические данные (таблицы сопряженности)	442
11.4.2. Основные измерители степени тесноты статистической связи между двумя категоризованными переменными	443
Выводы	448
 Г л а в а 12. Распознавание образов и типологизация объектов в социально-экономических исследованиях (методы классификации)	 452
12.1. Сущность, типологизация и прикладная направленность задач классификации объектов	452
12.2. Классификация при наличии обучающих выборок (дискриминантный анализ)	466
12.2.1. Класс как генеральная совокупность и базовая идея вероятностно-статистических методов классификации	466
12.2.2. Функции потерь и вероятности неправильной классификации	467

12.2.3. Принципиальное решение общей задачи построения оптимальных (байесовских) процедур классификации	468
12.2.4. Параметрический дискриминантный анализ в случае нормальных классов	471
12.3. Классификация без обучения (параметрический случай): расщепление смесей вероятностных распределений	474
12.3.1. Понятие смеси вероятностных распределений	475
12.3.2. Задача расщепления смесей распределений	481
12.3.3. Общая схема решения задачи автоматической классификации в рамках модели смеси распределений (сведение к схеме дискриминантного анализа)	482
12.4. Классификация без обучения (непараметрический случай): кластер-анализ	483
12.4.1. Общая постановка задачи автоматической классификации	483
12.4.2. Расстояния между отдельными объектами и меры близости объектов друг к другу	486
12.4.3. Расстояния между классами объектов	490
12.4.4. Функционалы качества разбиения на классы и экстремальная постановка задачи кластер-анализа	493
12.4.5. Формулировка экстремальных задач разбиения исходного множества объектов на классы при неизвестном числе классов	498
12.4.6. Основные типы задач кластер-анализа и основные типы кластер-процедур	498
12.4.7. Иерархические процедуры	500
12.4.8. Параллельные кластер-процедуры	502
12.4.9. Последовательные кластер-процедуры	507
Выводы	511
Г л а в а 13. Снижение размерности исследуемого многомерного признака и отбор наиболее информативных показателей	515
13.1. Сущность, типологизация и прикладная направленность задач снижения размерности	515
13.2. Метод главных компонент	521
13.2.1. Основные понятия и определения	521
13.2.2. Вычисление главных компонент	524
13.2.3. Основные числовые характеристики главных компонент	526
13.2.4. Геометрическая интерпретация главных компонент	533
13.2.5. Оптимальные свойства главных компонент	536

13.2.6. Статистические свойства выборочных главных компонент, статистическая проверка некоторых гипотез	539
13.2.7. Применение свойств выборочных характеристик главных компонент	542
13.3. Факторный анализ	546
13.3.1. Сущность модели факторного анализа	546
13.3.2. Общий вид линейной модели, ее связь с главными компонентами	547
13.3.3. Основные задачи факторного анализа	551
13.3.4. Вопросы идентификации модели факторного анализа	553
13.3.5. Статистическое исследование модели факторного анализа	554
13.4. Некоторые эвристические методы снижения размерности	565
13.4.1. Природа эвристических методов	565
13.4.2. Метод экспериментальной группировки признаков	566
13.4.3. Метод корреляционных плеяд	572
13.5. Построение сводного (интегрального) латентного показателя качества (или эффективности функционирования) сложной системы	575
13.5.1. Общая постановка задачи	575
13.5.2. Сводный показатель («выходное качество») и его целевая функция	576
13.5.3. Исходные данные	578
13.5.4. Алгоритмические и вычислительные вопросы построения неизвестной целевой функции	580
13.5.5. Примеры построения интегрального показателя с помощью экспертно-статистического метода	584
13.6. Многомерное шкалирование	587
13.6.1. Постановка задачи метрического многомерного шкалирования	587
13.6.2. Решение задачи метрического многомерного шкалирования	588
13.6.3. Понятие о неметрическом многомерном шкалировании (МШ)	590
Выводы	590
Р а з д е л IV: Основы эконометрики	595
Г л а в а 14. Эконометрика и эконометрическое моделирование: основные понятия и определения	597
14.1. Эконометрика и ее место в ряду математико-статистических и экономических дисциплин	597

14.2. Эконометрическая модель и проблемы эконометрического моделирования	600
14.2.1. От простых количественных взаимосвязей между экономическими переменными к эконометрической модели	600
14.2.2. Основные понятия эконометрического моделирования	605
14.2.3. Основные проблемы эконометрического моделирования	611
14.3. Математико-статистический инструментарий эконометрики	617
14.3.1. Традиционный состав математико-статистических методов эконометрики	617
14.3.2. Некоторые задачи социально-экономической теории и практики, решение которых требует методов прикладной статистики, выходящих за рамки традиционного эконометрического инструментария	617
Выводы	618
Г л а в а 15. Модели и методы регрессионного анализа	621
15.1. Введение в регрессионный анализ (основные понятия и определения)	621
15.1.1. Результирующая (зависимая, эндогенная) переменная y	622
15.1.2. Объясняющие (предикторные, экзогенные) переменные X	622
15.1.3. Функция регрессии y по X	622
15.1.4. Уравнения регрессионной связи между y и X	624
15.1.5. Измеритель степени тесноты статистической связи между y и X	625
15.1.6. Исходные статистические данные	626
15.1.7. Основные задачи прикладного регрессионного анализа	627
15.2. Классическая линейная модель множественной регрессии (КЛММР)	628
15.3. Оценивание неизвестных параметров КЛММР: метод наименьших квадратов и метод максимального правдоподобия	632
15.3.1. Метод наименьших квадратов (МНК)	633
15.3.2. Метод максимального правдоподобия (ММП)	636
15.3.3. Анализ вариации результирующего показателя y и выборочный коэффициент детерминации $\hat{R}_{y.X}^2$	638
15.3.4. Статистические свойства оценок параметров КЛММР	641
15.4. Мультиколлинеарность и отбор наиболее существенных объясняющих переменных в КЛММР	653
15.4.1. Признаки и причины мультиколлинеарности	653
15.4.2. Методы устранения мультиколлинеарности	656
15.5. Ошибки спецификации модели	668

15.6. Обобщенная линейная модель множественной регрессии (ОЛММР) и обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)	672
15.6.1. Обобщенная линейная модель множественной регрессии (ОЛМР)	672
15.6.2. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)	676
15.7. ОЛММР с гетероскедастичными остатками	681
15.7.1. Сравнение ОМНК- и МНК-оценок в моделях регрессии с гетероскедастичными остатками	684
15.7.2. Некоторые практические рекомендации по анализу модели регрессии с гетероскедастичными остатками	686
15.8. ОЛММР с автокоррелированными остатками	690
15.8.1. Искажение характеристик точности МНК-оценок, обусловленное игнорированием автокоррелированности остатков	693
15.8.2. Проверка гипотезы о наличии/отсутствии автокоррелированности регрессионных остатков	696
15.8.3. Некоторые практические рекомендации по анализу модели регрессии с автокоррелированными остатками	698
15.9. Практические рекомендации по построению, анализу и интерпретации регрессионной модели	699
15.9.1. Построение и анализ обобщенной ЛММР при неизвестной ковариационной матрице регрессионных остатков (практически реализуемый ОМНК)	699
15.9.2. Точечный и интервальный прогноз, основанный на моделях линейной регрессии	702
15.9.3. Исследование точности регрессионной модели в реалистической ситуации	712
15.9.4. Анализ эластичностей с использованием моделей регрессии	715
15.10. Линейные регрессионные модели со стохастическими объясняющими переменными	717
15.10.1. Случайные остатки ε не зависят от предикторов X и оцениваемых коэффициентов регрессии Θ	719
15.10.2. Общий случай: стохастические предикторы X коррелированы с регрессионными остатками ε . Метод инструментальных переменных	723
15.10.3. Случайные ошибки в измерении объясняющих переменных	729
15.11. Линейные регрессионные модели с переменной структурой (построение линейной модели по неоднородным регрессионным данным)	735

15.11.1. Проблема неоднородных (в регрессионном смысле) данных	735
15.11.2. Введение «манекенов» (фиктивных переменных) в линейную модель регрессии	738
15.11.3. Проверка регрессионной однородности двух групп наблюдений (критерий Г. Чоу)	746
15.11.4. Построение КЛММР по неоднородным данным в условиях, когда значения сопутствующих переменных неизвестны	749
15.12. Нелинейные модели регрессии и линеаризация	751
15.12.1. Некоторые виды нелинейных зависимостей, поддающиеся непосредственной линеаризации	752
15.12.2. Подбор линеаризующего преобразования (подход Бокса–Кокса)	759
15.13. Дихотомические (бинарные) результирующие показатели и связанные с ними логит- и пробит-модели	766
Выводы	772
Г л а в а 16. Анализ временных рядов (модели и прогнозирование)	778
16.1. Временной ряд (определения, примеры, формулировки основных задач)	780
16.2. Стационарные временные ряды и их основные характеристики	787
16.3. Неслучайная составляющая временного ряда и методы его сглаживания	796
16.3.1. Проверка гипотезы о неизменности среднего значения временного ряда	797
16.3.2. Методы сглаживания временного ряда (выделение неслучайной составляющей)	802
16.3.3. Подбор порядка аппроксимирующего полинома с помощью метода последовательных разностей	816
16.4. Модели стационарных временных рядов и их идентификация	820
16.4.1. Модели авторегрессии порядка p (АР(p)-модели)	822
16.4.2. Модели скользящего среднего порядка q (СС(q)-модели)	837
16.4.3. Авторегрессионные модели со скользящими средними в остатках (АРСС(p, q)-модели)	846
16.4.4. Простая и обобщенная модели авторегрессионных условно гетероскедастичных остатков	860
16.5. Модели нестационарных временных рядов и их идентификация	863
16.5.1. Модель авторегрессии — проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС(p, q, k)-модель)	863
16.5.2. Модели рядов, содержащих сезонную компоненту	867
16.5.3. Регрессионные модели с распределенными лагами	872

16.6. Прогнозирование экономических показателей, основанное на использовании моделей временных рядов	888
16.6.1. Прогнозирование на базе АРПСС-моделей	889
16.6.2. Адаптивные методы прогнозирования	896
Выводы	903
Г л а в а 17. Системы линейных одновременных уравнений	907
17.1. Модель спроса-предложения как пример системы одновременных уравнений	908
17.2. Условия идентифицируемости уравнений системы	915
17.3. Идентификация систем одновременных уравнений (статистическое оценивание неизвестных значений параметров системы)	924
17.3.1. Идентификация рекурсивных систем	925
17.3.2. Косвенный метод наименьших квадратов	929
17.3.3. Двухшаговый МНК оценивания структурных параметров отдельного уравнения	931
17.3.4. Трехшаговый МНК одновременного оценивания всех параметров системы	936
17.3.5. Другие методы оценивания СОУ и некоторые общие рекомендации	940
17.4. Точечный и интервальный прогноз значений эндогенных переменных	942
17.5. Некоторые общие подходы к анализу точности оценивания и к сравнению методов и моделей	950
Выводы	957
Литература	960
Приложение 1. Таблицы математической статистики	963
Приложение 2. Необходимые сведения из матричной алгебры	983
Алфавитно-предметный указатель	1006